die Buchreihe
zur website

mathetreff-online

www.mathetreff-online.de

Bruchrechnen

einfach erklärt

Dieses Buch gehört:

____

2. Auflage: 27.07.19

ISBN: 9783738636727

Herstellung und Verlag: Books on Demand GmbH, Norderstedt

Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort

Hallo,

Sersheim, im Juli 2019

Vielen Dank für den Kauf dieses Buches.

Mit der eigenen Buchreihe zur Website geht das mathetreff-online-Team einen Schritt weiter und kombiniert das Lernen online und offline zu einem Gesamtpaket. Angefangen als Hobby zweier Realschüler im Großraum Stuttgart wurde aus der kleinen Homepage bis heute ein wachsendes Portal – eine feste Größe innerhalb der Nische „Mathe lernen im Internet".

Die Website wurde damals im Jahr 2000 ins Leben gerufen, um den oft trockenen Lernstoff des Faches Mathematik für unsere Mitschüler und uns selbst aufzubereiten. Eben nur auf moderne Art und Weise, gemixt mit einer ordentlichen Portion Spaß. Auch wenn wir mittlerweile keine Schüler mehr sind und fest im (nicht akademischen) Berufsleben stehen, hat sich an diesem Grundgedanken nichts geändert.

Anhand der vielen Feedbacks versuchen wir ständig, die Website an die Bedürfnisse unserer Besucher anzupassen. Mehr über die Website findest du am Ende dieses Buches. Auch für dieses Buch wünschen wir uns konstruktive Rückmeldungen. Über die Positiven freuen wir uns natürlich besonders ☺!

Du erreichst uns per **E-Mail** ✉ (buch@mathetreff-online.de), über **Facebook** f (www.facebook.com/mathetreffonline), über **Twitter** (@mathetreffonlin - das „e" am Ende von „mathetreffonline" wollte Twitter nicht hergeben ☺).

Wenn dir dieses Buch besonders gut gefällt, empfehle es doch deinen Freunden, Mitschülern, Eltern oder auch deinen Lehrern weiter! Falls du in den sozialen Netzwerken aktiv bist, like 👍 uns doch auf Facebook und/oder folge uns auf Twitter.

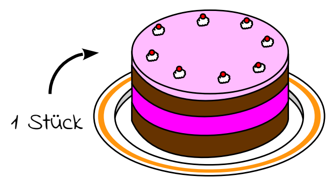
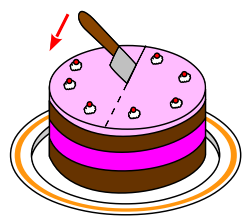
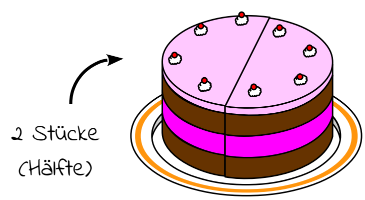
Viel Spaß mit dem Buch wünschen dir die Gründer von mathetreff-online

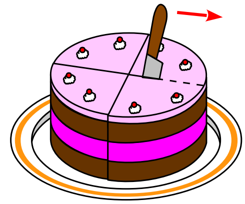
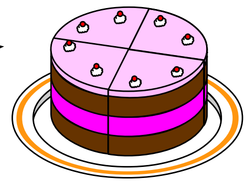
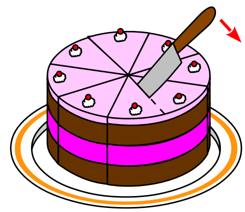
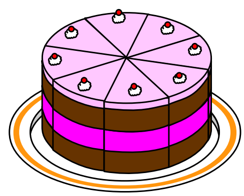
Philipp „Phil" Schrenk und Christian „Chris" Hensel

2. Was ist ein Bruch?

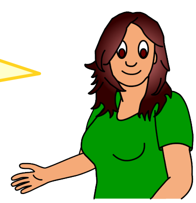
Brüche begegnen dir im Alltag überall, ohne dass es dir so richtig bewusst wird. Eine Schulstunde dauert eine *dreiviertel* Stunde oder du hast schon einmal eine *viertel* Stunde auf die nächste Straßenbahn gewartet. Zum Backen brauchst du manchmal ein *achtel* Liter Milch. Nach der *Hälfte* eines Fußballspiels beginnt die 2. Halbzeit. Oder du wunderst dich, weil schon wieder zwei *Drittel* der Sommerferien vorbei sind.

Ein Bruch entsteht, wenn ein Ganzes in mehrere Teile zerschnitten, zerbrochen oder zersägt wird. Wenn du eine Tafel Schokolade in die einzelnen Riegel teilst oder einen Apfel in der Mitte durchschneidest, jedes Mal erhältst du mehrere Teile, die Brüche genannt werden. Ein Bruch stellt somit einen Anteil an einem Ganzen dar, der kleiner als 1 ist.

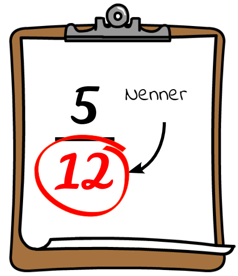
So entsteht ein Bruch:	So sieht es aus:
Hier ist eine ganze Schokoladentorte. Sie besteht aus **1 Stück** und stellt das **Ganze** dar.	
1. Du möchtest gerne ein Stück Torte essen. Nur ist dir diese ganze Torte zu viel. Daher schneidest du sie einmal in der Mitte durch.	
2. Es entstehen dabei **2 Stücke**, die gleich groß sind. Die einzelnen Stücke sind kleiner als die ganze Torte. Da nun 2 gleich große Stücke vorhanden sind, nennt man jedes Stück eine **Hälfte**.	

So entsteht ein Bruch:	So sieht es aus:
3. Diese Stücke sind dir immer noch zu groß. Daher schneidest du diese beiden Stücke bzw. Hälften noch einmal in der Mitte durch.	
4. Es entstehen dabei **4 Stücke**, die wieder gleich groß sind. Die einzelnen Stücke sind dabei wieder kleiner als ein Hälften-Stück. Da nun 4 gleich große Stücke vorhanden sind, nennt man jedes Stück ein **Viertel**.	4 Stücke (Viertel) 
5. Diese 4 Stücke bzw. Viertel sind dir immer noch zu groß. Daher schneidest du sie noch einmal in der Mitte durch.	
6. Es entstehen dabei **8 Stücke**, die wieder gleich groß sind. Die einzelnen Stücke sind wieder kleiner als ein Viertel-Stück. Da nun 8 gleich große Stücke vorhanden sind, nennt man jedes Stück ein **Achtel**.	8 Stücke (Achtel) 

Ein Bruch entsteht, wenn ein Ganzes in mehrere gleich große Teile geteilt wird. Ein solches (Bruch-)Stück stellt somit einen Anteil am Ganzen dar. Je öfters du teilst, desto kleiner werden die Stücke.

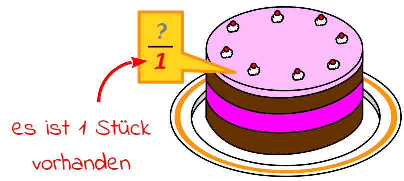
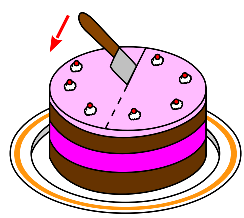
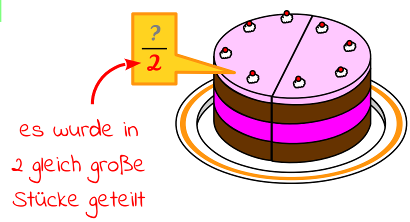


2.1. Die untere Zahl - der Nenner

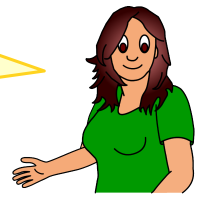


In der Mathematik besteht ein Bruch aus zwei Zahlen, die durch einen Bruchstrich getrennt sind. Die untere Zahl in einem Bruch heißt **Nenner**. Er gibt an, in wie viele **gleich große Teile** das Ganze geteilt wurde. Je größer diese Zahl ist, desto öfter wurde geteilt (umso kleiner werden die einzelnen Teile). Steht z. B. eine 4 im Nenner, wurde ein Ganzes in 4 gleich große Teile geteilt, bei einer 8 im Nenner wurde ein Ganzes in 8 gleich große Teile geteilt. Lautet der Nenner 25, so wurde es in 25 gleich große Teile geteilt.

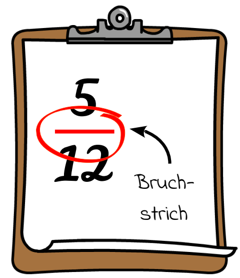
Der Nenner gibt dem Bruch übrigens seinen Namen, er benennt ihn. Daher auch der Ausdruck Nenner. Du hängst einfach beim Sprechen ein »*tel*« bzw. »*stel*« an die Zahl und schon kannst du den Nenner richtig aussprechen. Steht im Nenner eine 4, so sind es Vier*tel*, steht dort eine 8, so sind es Ach*tel*. Bei einer 25 im Nenner sind es eben Fünfundzwanzig*stel*. Nur bei der 2 und bei der 3 gibt es eine Ausnahme, diese Brüche heißen *Hälfte* (und nicht Zwei*tel*) bzw. *Drittel* (und nicht Drei*tel*).

So entsteht ein Nenner:	So sieht es aus:
Hier ist **eine ganze** Schokoladentorte. Da nur 1 Stück vorhanden ist, beträgt der Nenner (die untere Zahl des Bruches) **1**.	
1. Du möchtest gerne ein Stück Torte essen. Nur ist dir diese ganze Torte zu viel. Daher schneidest du sie einmal in der Mitte durch.	
2. Es entstehen dabei **2 Stücke**, die gleich groß sind. Da nun 2 gleich große Stücke vorhanden sind, beträgt der Nenner **2** (die untere Zahl des Bruches). Jedes Stück wird eine **Hälfte** genannt.	

Die obere Zahl in einem Bruch nennt man Zähler und sie gibt an, wie viele Stücke noch da sind. Je größer diese Zahl ist, desto mehr Anteile sind vorhanden.



2.3. Die Linie dazwischen – der Bruchstrich



Zwischen dem Zähler (der oberen Zahl) und dem Nenner (der unteren Zahl) befindet sich eine gerade Linie, der **Bruchstrich**. Da du jeden Bruch auch als Division schreiben kannst, entspricht der Bruchstrich dem Divisionszeichen (:).

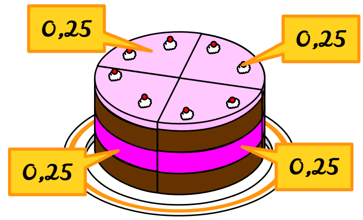
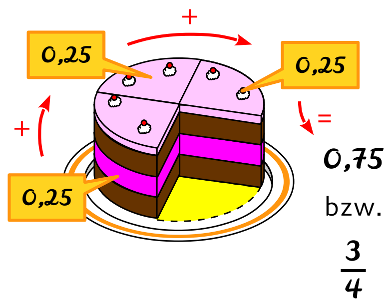
Der Bruchstrich ist immer ein kleines Stückchen länger als die längste Zahl im Bruch. Obwohl der Bruchstrich eine gerade Linie ist, musst du ihn nicht exakt mit dem Lineal oder Geodreieck zeichnen. Eine einfache gerade Linie mit der Hand gezeichnet reicht aus und geht zudem viel schneller. Er befindet sich immer in Höhe des Gleichheitszeichens. Zudem wird der Bruchstrich nicht gesprochen, er dient nur der Darstellung. Es wird, wie du bereits gelernt hast, nur der Zähler und der Nenner gesprochen. Je nach Wert sind es z. B. drei Viertel, fünf Achtel, elf Zwanzigstel und so weiter.

Der Zähler entspricht dabei dem Dividend (1. Zahl der Division), der Nenner dem Divisor (2. Zahl der Division) und der Bruchstrich entspricht dem Divisionszeichen (:). Wenn du einen Bruch ausrechnen willst, dann musst du nur den Zähler (obere Zahl) durch den Nenner (untere Zahl) teilen. Man nennt diesen Vorgang auch den Bruch als Dezimalzahl (eine Zahl mit einem Komma) darstellen.

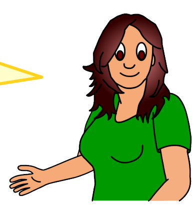
So schreibst du einen Bruch als Division:	So sieht es aus:
Dieser Bruch soll als Division geschrieben werden.	$\frac{3}{4}$
1. Da der Bruchstrich dem Divisionszeichen (:) entspricht, **dividiere den Zähler** (die obere Zahl 3) **durch den Nenner** (die untere Zahl 4).	$\frac{3}{4} \rightarrow 3 : 4 =$

So schreibst du einen Bruch als Division:	So sieht es aus:
2. Berechne die Division: **3 : 4 = 0,75**. Du erhältst eine Zahl, die kleiner als 1 ist. Das bedeutet, der Bruch $\frac{3}{4}$ stellt 0,75 eines Ganzen (1) dar.	$\frac{3}{4}$ → 3 : 4 = 0 , 75 - 0 30 - 28 20 - 20 0

Hier wird die Rechnung anschaulich dargestellt:

So wird aus einem Bruch eine Dezimalzahl:	So sieht es aus:
1. Eine ganze Schokoladentorte wurde in 4 gleich große Stücke geschnitten. Jedes Stück ist $\frac{1}{4}$ (ein Viertel) der gesamten Torte. Als Rechnung mit Zahlen schreibst du das so: 1 (Torte) : 4 (Stücke) = 0,25. Das bedeutet, ein Stück Torte, also jedes Viertel, ist 0,25 der gesamten Torte.	
2. 3 von diesen Viertel-Stücken hast du noch. Du rechnest also 0,25 + 0,25 + 0,25 = 0,75 (bzw. 3 · 0,25 = 0,75), da jedes Viertel-Stück 0,25 der gesamten Torte darstellt. Du hast nun 0,75 oder eben $\frac{3}{4}$ der gesamten Torte.	

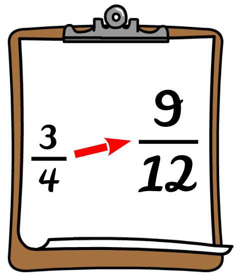
Die Zahl im Nenner (untere Zahl) darf niemals 0 sein. Du kannst jeden Bruch auch als Division schreiben und Divisionen durch Null sind nicht zulässig.



3. Brüche optisch verändern

Brüche haben die Eigenschaft, dass du nur deren Aussehen (die Zahlen) ändern kannst, ohne dass sich der eigentliche Wert des Bruches verändert.

3.1. Größer, aber doch gleich – Erweitern



Beim Erweitern werden der Zähler **und** der Nenner eines Bruches mit der **gleichen Zahl multipliziert**. Dabei wird nur das Aussehen (die Zahlen) des Bruches geändert, der eigentliche Wert des Bruches verändert sich dabei nicht. Das Erweitern wird dazu verwendet, um Brüche **gleichnamig** zu machen. Dies ist wichtig, da du nur gleichnamige Brüche, das sind Brüche mit dem gleichen Nenner, addieren bzw. subtrahieren oder vergleichen kannst. Durch das Erweitern werden die unterschiedlichen Nenner auf ein gleiches, gemeinsames Vielfache gebracht.

So erweiterst du einen Bruch:	So sieht es aus:
Dieser Bruch soll mit **3** erweitert werden.	$\frac{3}{4}$
1. Dazu multiplizierst du den Zähler **und** den Nenner mit der gleichen Zahl, hier mit der **3**. Verlängere den Bruchstrich und schreibe jeweils **· 3** hinter die Werte.	$\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$
2. Zuerst berechnest du den Zähler: **3 · 3 = 9**.	$\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{}$
3. Anschließend berechnest du den Nenner: **4 · 3 = 12**.	$\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$
4. Du erhältst nach dem Erweitern den Bruch $\frac{9}{12}$. Damit beschreibt $\frac{9}{12}$ den selben Anteil wie $\frac{3}{4}$.	$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Hast du auf diese Weise jeden Nenner zerlegt, musst du nur noch die einzelnen Bestandteile miteinander multiplizieren, um den Hauptnenner zu erhalten. Die einzelnen Brüche werden dann entsprechend erweitert (siehe Seite 13), um auf den Hauptnenner zu kommen. Anschließend kannst du mit der Rechnung starten.

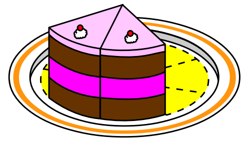
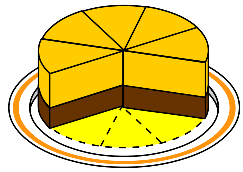
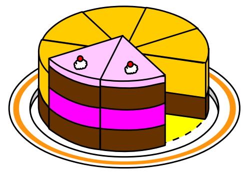
So suchst du den Hauptnenner:	So sieht es aus:
Diese Brüche sollen miteinander addiert werden.	$\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$
1. Schaue dir zuerst die **Nenner** der Brüche an. Sie sind **verschieden**. Du benötigst einen gemeinsamen Nenner (Hauptnenner), in dem sowohl **4** als auch **6** steckt.	$\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$
2. Der erste Nenner ist 4. Diesen Nenner zerlegst du in seine Primfaktoren: **4 = 2 · 2**.	$4 \rightarrow 2 \cdot 2$
3. Der zweite Nenner ist 6. Diesen Nenner zerlegst du ebenfalls in seine Primfaktoren: **6 = 2 · 3**.	$6 \rightarrow 2 \cdot 3$
4. Mit diesen Primfaktoren baust du dir den Hauptnenner (HN): Da er noch keine Primfaktoren hat, benötigst du vom ersten Nenner alle Primfaktoren (**2 · 2**).	$4 \rightarrow 2 \cdot 2$ $\text{HN} \rightarrow 2 \cdot 2$
5. Der zweite Nenner besteht aus den Primfaktoren 2 · 3. Den ersten Primfaktor (2) hat du bereits vom ersten Nenner verwendet. Du benötigst daher nur den **zweiten Primfaktor** (3).	$6 \rightarrow 2 \cdot 3$ $\text{HN} \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$ diese 2 hast du bereits verwendet
6. Multipliziere zum Schluss alle Primfaktoren, um den Hauptnenner zu erhalten: **2 · 2 · 3 = 12**.	$\text{HN} \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
7. Der erste Nenner beträgt 4. Er setzt sich aus den Primfaktoren 2 · 2 zusammen (siehe Schritt 2). Diese beiden Primfaktoren des Hauptnenners brauchst du nicht mehr, übrig bleibt **3**. Mit ihr **erweiterst** du den Bruch, damit du den Hauptnenner von 12 erhältst.	$4 \rightarrow 2 \cdot 2$ $\text{HN} \rightarrow \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3 = 3$ $\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$
8. Der zweite Nenner beträgt 6. Er setzt sich aus den Primfaktoren 2 · 3 zusammen (siehe Schritt 3). Diese beiden Primfaktoren des Hauptnenners brauchst du nicht mehr, übrig bleibt **2**. Mit ihr **erweiterst** du den Bruch, damit du den Hauptnenner von 12 erhältst.	$6 \rightarrow 2 \cdot 3$ $\text{HN}: \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} = 2$ $\frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$

So suchst du den Hauptnenner:	So sieht es aus:
9. Jetzt sind die Nenner von den Brüchen **gleich** (beide betragen 12), du kannst mit der Rechnung beginnen. Wie du Brüche addierst, erfährst du im Kapitel 4.1 Addition von Brüchen ab Seite 26.	$\frac{3}{12} + \frac{10}{12}$

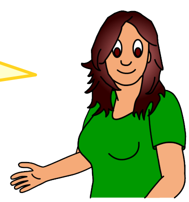
Anders als in vielen Mathebüchern zeige ich dir nicht nur ein einfaches Beispiel, sondern auch ein komplizierteres Beispiel, bei dem du den Hauptnenner nicht gleich auf den ersten Blick erkennst, wie es dir wahrscheinlich häufiger begegnet.

So suchst du deinen Hauptnenner:	So sieht es aus:
Diese Brüche sollen miteinander addiert werden.	$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{5}{6}$
1. Schaue dir zuerst die **Nenner** der Brüche an. Sie sind **verschieden**. Du benötigst einen gemeinsamen Nenner (Hauptnenner), in dem sowohl **4**, **7** und **6** steckt.	$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{5}{6}$
2. Der erste Nenner ist 4. Diesen Nenner zerlegst du in seine Primfaktoren: **4 = 2 · 2**.	$4 \rightarrow 2 \cdot 2$
3. Der zweite Nenner ist 7. Diesen Nenner zerlegst du ebenfalls in seine Primfaktoren: Diese sind nur **7**, da die Zahl 7 eine Primzahl ist.	$7 \rightarrow 7$
4. Der dritte Nenner ist 6. Diesen Nenner zerlegst du auch in seine Primfaktoren: **6 = 2 · 3**.	$6 \rightarrow 2 \cdot 3$
5. Mit diesen Primfaktoren baust du dir den Hauptnenner (HN): Da er noch keine Primfaktoren hast, benötigst du vom ersten Nenner alle Primfaktoren (**2 · 2**).	$4 \rightarrow 2 \cdot 2$ $HN \rightarrow 2 \cdot 2$
6. Der zweite Nenner besteht nur aus dem Primfaktor **7**. Diesen benötigst du, da dieser Primfaktor bislang im Hauptnenner nicht vorliegt.	$7 \rightarrow 7$ $HN \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 7$
7. Der dritte Nenner besteht aus den Primfaktoren **2 · 3**. Du benötigst jedoch nur den zweiten Primfaktor (3), da du den ersten Primfaktor (2) bereits vom ersten Nenner verwendet hast.	$6 \rightarrow 2 \cdot 3$ $HN \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3$ diese 2 hast du bereits verwendet

Diese Addition habe ich einmal grafisch anhand von Torten dargestellt:

So addierst du Brüche mit gleichen Nennern:	So sieht es aus:
1. Diese Schokoladentorte wurde in **8 Stücke** geteilt, von denen noch **2 Stücke** da sind, dies entspricht $\frac{2}{8}$ der gesamten Schokoladentorte.	$\frac{2}{8}$  +
2. Diese Aprikosenquarktorte wurde ebenfalls in **8 Stücke** geteilt, von denen noch **5 Stücke** da sind, dies entspricht $\frac{5}{8}$ der gesamten Aprikosen-quarktorte.	$\frac{5}{8}$  =
3. Da beide Torten in gleich große Stücke geteilt wurden, kannst du sie zusammenstellen. Du hast dann insgesamt **2 + 5 = 7 Stücke**. Dies entspricht $\frac{7}{8}$ einer ganzen Torte, die in 8 Stücke geteilt wurde.	$\frac{7}{8}$ 

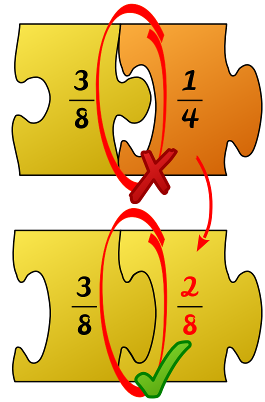
Beim Addieren von Brüchen mit gleichen Nennern werden nur die Zähler der einzelnen Brüche addiert, der gleichnamige Nenner wird beibehalten, er wird nicht addiert.



Addition von Brüchen mit verschiedenen Nennern

Sind die Nenner unterschiedlich (nicht gleichnamig), so musst du zuerst nach einem gemeinsamen **Hauptnenner** suchen (siehe Seite 19). Ein Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) aller bei einer Rechnung beteiligten Nenner. Er ist ein Nenner, in dem alle Nenner der Rechnung enthalten sind. Dazu werden die Brüche entsprechend erweitert bzw. gekürzt, um das kleinste gemeinsame Vielfache, den Hauptnenner, zu bekommen. Dieser Vorgang nennt man **gleichnamig machen**. Anschließend werden nur die Zähler der einzelnen Brüche addiert, der gleichnamige Hauptnenner wird beibehalten, er wird nicht addiert.

Stelle dir bei der Addition vor, die einzelnen Brüche wären Puzzleteile. Je nach Nenner sehen die Aus- und Einbuchtungen der Puzzleteile anders aus. Nur Brüche mit gleichem Nenner bzw. Puzzleteile mit gleichen Aus- und Einbuchtungen passen zusammen.

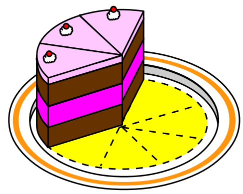
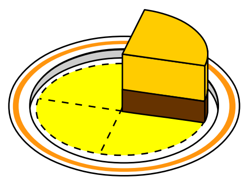
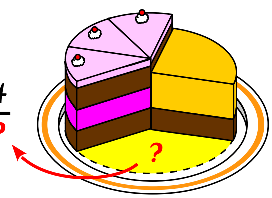


Du kannst die beiden Brüche $\frac{3}{8}$ und $\frac{1}{4}$ nicht direkt miteinander addieren, da sie verschiedene Nenner haben. Die Ausbuchtung des einen Puzzleteils passt nicht in die Einbuchtung des anderen Puzzleteils. Erweiterst du beide Brüche auf den gemeinsamen Hauptnenner (in diesem Beispiel auf 8), sind die Nenner bzw. die Aus- und Einbuchtungen der Puzzleteile wieder gleich. Jetzt kannst du diese beiden Brüche direkt miteinander addieren. Die Aus- und Einbuchtungen passen wieder zusammen.

So addierst du Brüche mit <u>verschiedenen</u> Nennern:	So sieht es aus:
Diese Brüche sollen miteinander addiert werden.	$\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$
1. Schaue dir zuerst die **Nenner** der Brüche an: Sie sind **verschieden** (8 und 4). Du kannst die Brüche nicht sofort miteinander addieren.	$\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$
2. Um diese Brüche zu addieren, benötigst du einen gemeinsamen Nenner (Hauptnenner), der durch **4** und durch **8** teilbar ist. Zerlegst du die Nenner in ihre Primfaktoren, erhältst du als Hauptnenner **8**.	4 → 2 · 2 8 → 2 · 2 · 2 HN → 2 · 2 · 2 = 8
3. Der erste Nenner beträgt 8. Er setzt sich aus den Primfaktoren 2 · 2 · 2 zusammen. Diese Primfaktoren ergeben den Hauptnenners. Dieser Nenner ist daher schon der Hauptnenner, du musst ihn nicht erweitern.	8 → 2 · 2 · 2 HN → ~~2~~ · ~~2~~ · ~~2~~ = 0 $\frac{3}{8}$
4. Der zweite Nenner beträgt 4. Er setzt sich aus den Primfaktoren 2 · 2 zusammen. Diese Primfaktoren des Hauptnenners brauchst du nicht mehr, übrig bleibt **2**. Mit ihr **erweiterst** du den Bruch.	4 → 2 · 2 HN → ~~2~~ · ~~2~~ · 2 = 2 $\frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$
5. Jetzt sind die **Nenner** von beiden Brüchen **gleich** (gleichnamig), du kannst mit der Addition beginnen.	$\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$

So addierst du Brüche mit <u>verschiedenen</u> Nennern:	So sieht es aus:
6. Addiere zunächst die Zähler: **3 + 2 = 5**.	$\frac{3}{8} \overset{+}{+} \frac{2}{8} \overset{=}{=} \frac{5}{}$
7. Der gemeinsame Hauptnenner (**8**) wird beibehalten, er wird nicht addiert.	$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

Die ganze Addition zeige ich dir nun grafisch anhand der Torten:

So addierst du Brüche mit <u>verschiedenen</u> Nennern:	So sieht es aus:
1. Diese Schokoladentorte wurde in **8 Stücke** geschnitten, von denen noch **3 Stücke** da sind, dies entspricht $\frac{3}{8}$ der gesamten Schokoladentorte.	$\frac{3}{8}$ 
2. Diese Aprikosenquarktorte wurde in **4 Stücke** geschnitten, von denen noch **1 Stück** da ist. Dies entspricht $\frac{1}{4}$ der gesamten Aprikosenquarktorte.	$\frac{1}{4}$ 
3. Da beide Torten jeweils in unterschiedlich große Stücke geteilt wurden (einmal in 8 und einmal in 4 Stücke), kannst du sie nicht einfach zusammenstellen. Der Zähler des neuen Bruches würde 4 betragen, da du 4 Stücke hast. Aber welche Zahl müsstest du in den Nenner schreiben? Eine 4, 8 oder etwas ganz anderes?	$\frac{4}{?}$ 
4. Um sie zusammenzustellen, musst du zuerst gleich große Stücke schaffen. Dazu benötigst du das kleinste gemeinsame Vielfache (Hauptnenner) von 8 und 4, in dem beide Zahlen enthalten sind. Bildest du aus den Primfaktoren der Nenner den Hauptnenner, so lautet dieser **8**.	8 → 2 · 2 · 2 4 → 2 · 2 HN → 2 · 2 · 2 = 8

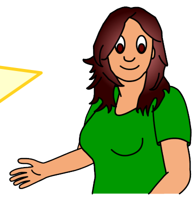
Multiplikation eines Bruches mit einer Ganzzahl

Seither hast du immer nur einen Bruch mit einem anderen Bruch multipliziert. Du kannst auch einen Bruch mit einer Ganzzahl multiplizieren. Wandle, bevor du mit der Multiplikation starten kannst, die Ganzzahl zuerst in einen so genannten Scheinbruch um. Wie du bereits gelernt hast, stellt ein Bruch ein Wert dar, der kleiner als 1 ist. Bei einem Scheinbruch (siehe Kapitel 5.3 auf Seite 58) handelt es sich zwar rein äußerlich auch um einen Bruch, sein Wert ist jedoch ein ganzzahliges Vielfaches der Zahl 1. Füge dazu der Ganzzahl einen Nenner mit dem Wert 1 hinzu. Anschließend ist die Vorgehensweise die selbe: Multipliziere alle Zähler miteinander und alle Nenner miteinander.

Die Multiplikation von Brüchen mit einer Ganzzahl ist etwas anderes wie das Erweitern. Bei der Multiplikation mit einer Ganzzahl ändert sich der Wert des neues Bruches, beim Erweitern ändert sich nur das Aussehen.

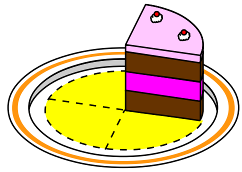
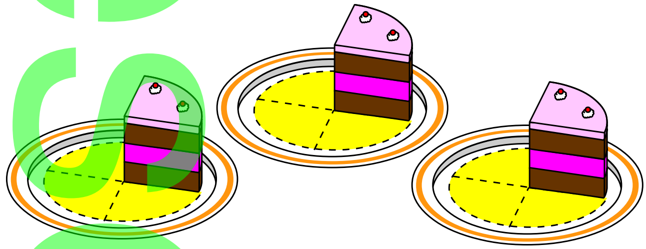
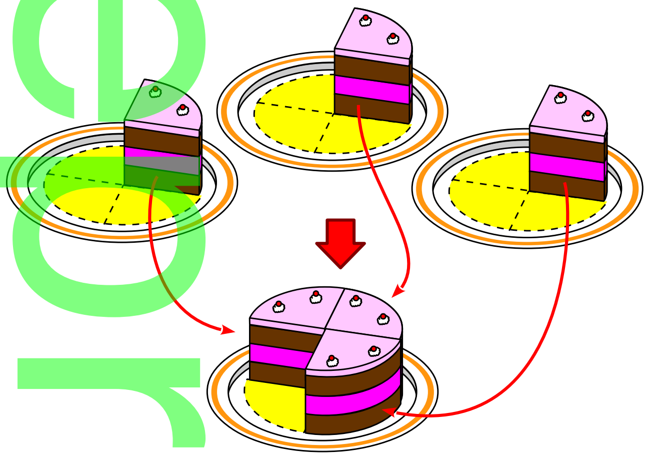
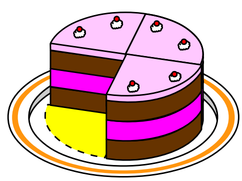
$\frac{3}{4}$ multipliziert mit 3: $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{1}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 1}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$ erweitert mit 3: $\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{9}{12}$

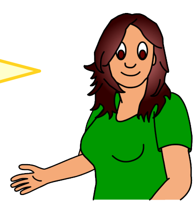


So multiplizierst du einen Bruch mit einer Ganzzahl:	So sieht es aus:
Dieser Bruch soll mit der Ganzzahl 3 multipliziert werden.	$\frac{1}{4}\cdot 3$
1. Wandle zuerst die Ganzzahl in einen Bruch um. Füge ihr dazu einen **Nenner mit dem Wert 1 hinzu**. Aus der Ganzzahl 3 wird der sogenannte Scheinbruch $\frac{3}{1}$.	$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{1}$
2. Du multiplizierst zuerst die Zähler: **1 · 3 = 3**.	$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{1}=\frac{3}{\ }$
3. Multipliziere alle Nenner: **4 · 1 = 4**.	$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{1}=\frac{3}{4}$

Folgende Abbildung verdeutlicht es:

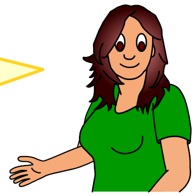
So multiplizierst du einen Bruch mit einer Ganzzahl:	So sieht es aus:
Dies ist 1 Stück einer Schokoladentorte, die in 4 Stücke geschnitten wurde. Es entspricht somit $\frac{1}{4}$ der gesamten Schokoladentorte.	$\frac{1}{4}$ 
1. Dieses Viertel-Stück hast du **3 Mal**.	
2. Diese 3 Viertel-Stücke kannst du zusammen auf einen Teller stellen, um Teller zu sparen.	
3. Es sind insgesamt **3 · 1 = 3** Viertel-Stücke. Dies entspricht $\frac{3}{4}$ einer ganzen Schokoladentorte.	$\frac{3}{4}$ 

Beim Multiplizieren von Brüchen mit einer Ganzzahl musst du zuerst die Ganzzahl in einen (Schein)Bruch umwandeln. Anschließend werden die Zähler der einzelnen Brüche miteinander multipliziert und die Nenner der einzelnen Brüche miteinander multipliziert.



So vergleichst du Brüche mit verschiedenen Nennern:	So sieht es aus:
6. Wie du sehen kannst, sind noch **10 Stücke** von der Aprikosenquarktorte und nur **9 Stücke** von der Schokoladentorte da. Der erste Bruch $\frac{10}{12}$ ist **größer als** (**>**) der zweite Bruch $\frac{9}{12}$.	$\frac{10}{12} \overset{>}{>} \frac{9}{12}$

Beim Vergleichen von Brüchen mit verschiedenen Nennern musst du zuerst die Brüche gleichnamig machen. Anschließend vergleichst du nur die Zähler miteinander und setzt dementsprechend ein Kleiner-als-Zeichen [<], ein Größer-als-Zeichen [>] oder ein Gleichheitszeichen [=], falls die beiden Brüche gleichgroß sind.



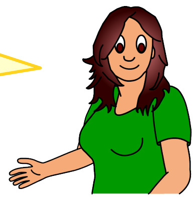
4.6. Brüche quadrieren

Du kannst mit Brüchen so ziemlich das Gleiche machen wie mit gewöhnlichen Zahlen. Wie Zahlen kannst du auch Brüche quadrieren. Beim Quadrieren wird ein Bruch mit sich selber multipliziert. Das Symbol für das Quadrieren ist eine hochgestellte 2 (^{2}). Bei einem Bruch quadrierst du den Zähler **und** den Nenner. Stell dir dabei vor, um den gesamten Bruch steht eine Klammer, die du natürlich auch schreiben kannst, da es mathematisch richtig ist. Alles, was in der Klammer steht, wird quadriert.

$$\left(\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}\right)^2 = \frac{\text{Zähler}^2}{\text{Nenner}^2} = \frac{\text{Zähler} \cdot \text{Zähler}}{\text{Nenner} \cdot \text{Nenner}}$$

So wandelst du einen Scheinbruch in eine Ganzzahl um:	So sieht es aus:
Dieser Scheinbruch soll in eine Ganzzahl umgewandelt werden.	$\frac{8}{4}$
1. Teile den Zähler (8) durch den Nenner (4).	$\frac{8}{4} = 8 : 4$
2. Du erhältst als Ergebnis die Ganzzahl 2 (**8 : 4 = 2**). Der Scheinbruch $\frac{8}{4}$ stellt **2 Ganze** dar.	$\frac{8}{4} = 8 : 4 = 2$

Bei Scheinbrüchen ist der Zähler ein ganzzahliges Vielfaches des Nenners, also eine Ganzzahl und daher eigentlich kein „echter" Bruch.

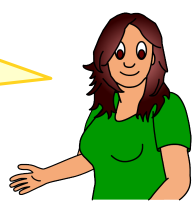


Theoretisch könntest du jede Ganzzahl als Bruch schreiben. Im Zähler würde der Wert der Ganzzahl stehen und der Nenner hätte den Wert 1, z. B. $\frac{5}{1}$. Da dieser Bruch kein Teil eines Ganzen darstellt, handelt es sich auch um einen Scheinbruch.

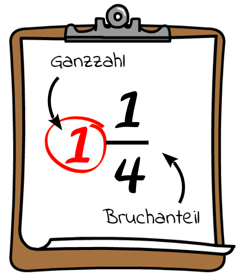
5.4. Unechter Bruch

Ein unechter Bruch ist, wie der Name schon sagt, kein echter Bruch. Er sieht aus wie ein Bruch, besteht auch aus Zähler und Nenner, stellt aber vom Wert her eine Zahl **größer als 1** dar. Das kommt daher, weil der Wert im Zähler größer als der Wert im Nenner ist. Unechte Brüche kannst du in einen gemischten Bruch (siehe nächstes Kapitel) umwandeln und sind beispielsweise $\frac{5}{4}$ oder $\frac{12}{3}$.

Bei einem unechten Bruch ist der Zählerwert größer als der Nennerwert. Du kannst einen unechten Bruch in einen gemischten Bruch umwandeln.



5.5. Gemischter Bruch



Bei einem unechten Bruch ist der Wert im Zähler größer als der Wert im Nenner und der Bruch stellt somit mehr als ein Ganzes dar, z. B. $\frac{5}{4}$. Wandelst du nun einen unechten Bruch in einen gemischten Bruch um, so stellt dieser gemischte Bruch auch mehr als ein Ganzes dar.

Ein gemischter Bruch ist eine Mischung aus zwei Teilen: Er besteht aus einer **Ganzzahl** und einem echten Bruch, auch als **Bruchanteil** bezeichnet. Die Anteile des Bruches, die ein Ganzes bilden, werden als Ganzzahl geschrieben. Der verbleibende Rest ist der echte Bruch. So besteht der gemischte Bruch $1\frac{1}{4}$ aus der Ganzzahl 1 und dem Bruch $\frac{1}{4}$. Würdest du einen gemischten Bruch als „reinen" Bruch schreiben, also ohne die Ganzzahl davor, so hättest du einen unechten Bruch, da die Zahl im Zähler jetzt größer als die Zahl im Nenner wäre. Wenn du $1\frac{1}{4}$ in einen unechten Bruch umwandelst, lautet der Bruch $\frac{5}{4}$ (1 Ganzes + $\frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$).

Um einen unechten Bruch in einen gemischten Bruch umzuwandeln, teilst du den Zählerwert ganzzahlig, also mit Rest, durch den Nennerwert. Das Ergebnis vor dem Rest stellen die Ganzen dar. Der Rest ist der neue Zählerwert des Bruches, der ursprüngliche Nenner wird beibehalten.

So wandelst du einen unechten Bruch um:	So sieht es aus:
Dieser unechte Bruch soll in einen echten Bruch umgewandelt werden.	$\frac{5}{4}$
1. Teile dazu den Zählerwert ganzzahlig durch den Nennerwert: **5 : 4 = 1 Rest 1**.	$\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1$ Rest 1
2. Die **Ganzzahl** gibt an, wie viele **Ganze** in dem Bruch stecken. In diesem Bruch steckt 1 Ganzes.	$\frac{5}{4} = 1$ (Ganzes)
3. Der **Rest** gibt den **Zählerwert** des Bruchanteils an.	$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{\ }$
4. Der **ursprüngliche Nenner** bleibt erhalten. Der Bruchanteil lautet als Bruch $\frac{1}{4}$.	$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$

Übungen zu „Addition von Brüchen mit gleichen Nennern"

→ die Lösungen stehen ab Seite 85

13. Addiere die beiden Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}$ c) $\frac{1}{8}+\frac{4}{8}$ d) $\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$ e) $\frac{5}{12}+\frac{4}{12}$

f) $\frac{5}{14}+\frac{7}{14}$ g) $\frac{7}{17}+\frac{8}{17}$ h) $\frac{15}{23}+\frac{2}{23}$ i) $\frac{9}{28}+\frac{14}{28}$ j) $\frac{9}{32}+\frac{19}{32}$

k) $\frac{15}{58}+\frac{35}{58}$ l) $\frac{24}{72}+\frac{37}{72}$ m) $\frac{37}{78}+\frac{28}{78}$ n) $\frac{45}{93}+\frac{45}{93}$ o) $\frac{53}{144}+\frac{67}{144}$

p) $\frac{63}{165}+\frac{52}{165}$ q) $\frac{124}{210}+\frac{86}{210}$ r) $\frac{185}{322}+\frac{127}{322}$

Übungen zu „Addition von Brüchen mit verschiedenen Nennern"

→ die Lösungen stehen ab Seite 85

14. Addiere die beiden Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{8}+\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{12}+\frac{2}{6}$ d) $\frac{3}{5}+\frac{3}{10}$ e) $\frac{5}{12}+\frac{3}{8}$

f) $\frac{4}{7}+\frac{3}{21}$ g) $\frac{2}{6}+\frac{4}{7}$ h) $\frac{3}{8}+\frac{2}{6}$ i) $\frac{4}{12}+\frac{3}{7}$ j) $\frac{6}{15}+\frac{7}{20}$

k) $\frac{5}{18}+\frac{9}{24}$ l) $\frac{5}{16}+\frac{8}{24}$ m) $\frac{7}{21}+\frac{8}{15}$ n) $\frac{11}{32}+\frac{16}{28}$ o) $\frac{19}{48}+\frac{24}{63}$

p) $\frac{29}{56}+\frac{19}{72}$ q) $\frac{25}{104}+\frac{35}{84}$ r) $\frac{24}{128}+\frac{72}{136}$

Übungen zu „Addition von mehreren Brüchen"

→ die Lösungen stehen ab Seite 87

15. Addiere die Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{2}{6}$ b) $\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{8}+\frac{4}{8}+\frac{3}{8}$ d) $\frac{3}{16}+\frac{6}{16}+\frac{5}{16}$

e) $\frac{3}{18}+\frac{4}{18}+\frac{7}{18}$ f) $\frac{5}{24}+\frac{6}{24}+\frac{7}{24}$ g) $\frac{11}{37}+\frac{18}{37}+\frac{14}{37}$ h) $\frac{19}{53}+\frac{8}{53}+\frac{23}{53}$

i) $\frac{31}{64}+\frac{19}{64}+\frac{38}{64}$ j) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{6}$ k) $\frac{4}{5}+\frac{3}{8}+\frac{2}{6}$ l) $\frac{2}{7}+\frac{3}{6}+\frac{5}{9}$

m) $\frac{7}{12}+\frac{8}{16}+\frac{3}{4}$ n) $\frac{15}{32}+\frac{25}{48}+\frac{11}{16}$ o) $\frac{9}{18}+\frac{14}{28}+\frac{18}{21}$ p) $\frac{9}{36}+\frac{21}{42}+\frac{32}{48}$

q) $\frac{14}{56}+\frac{35}{63}+\frac{42}{72}$ r) $\frac{24}{72}+\frac{37}{84}+\frac{47}{48}$

Übungen zu „Subtraktion von Brüchen mit gleichen Nennern"

→ die Lösungen stehen ab Seite 89

16. Subtrahiere die beiden Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ c) $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}$ d) $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$

e) $\frac{2}{6}-\frac{1}{6}$ f) $\frac{7}{12}-\frac{4}{12}$ g) $\frac{9}{14}-\frac{6}{14}$ h) $\frac{11}{17}-\frac{9}{17}$

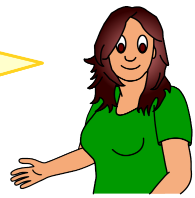
i) $\frac{22}{25}-\frac{12}{25}$ j) $\frac{27}{34}-\frac{15}{34}$ k) $\frac{49}{51}-\frac{44}{51}$ l) $\frac{37}{72}-\frac{24}{72}$

m) $\frac{6}{100}-\frac{2}{100}$ n) $\frac{55}{96}-\frac{42}{96}$ o) $\frac{62}{84}-\frac{58}{84}$ p) $\frac{72}{126}-\frac{15}{126}$

q) $\frac{134}{216}-\frac{68}{216}$ r) $\frac{181}{356}-\frac{92}{356}$

7. Lösungen

> Die gezeigten Lösungen sind nur eine Variante – du kannst die Aufgaben auch anders lösen. Wichtig ist dabei nur, dass dein Ergebnis am Ende dem unserer Lösung entspricht.



Das Schema des Lösungsweges ist wie folgt: Zuerst wird versucht, die Brüche durch Kürzen zu vereinfachen. Falls erforderlich, wird zunächst der Hauptnenner gesucht. Anschließend wird die eigentliche Rechnung (z. B. Addition) durchgeführt. Zum Schluss wird wieder versucht, den Bruch zu vereinfachen, indem er gekürzt oder als gemischter Bruch geschrieben wird.

Lösungen zu „Was ist ein Bruch?" (Seite 67):

1. Wie heißen die Bestandteile eines Bruches?

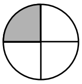
$$\frac{5}{12}$$

Bruchstrich

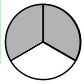
Zähler

Nenner

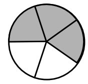
2. Welcher Bruch ist mit der dunklen Fläche dargestellt?

a)  $= \frac{1}{4}$

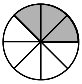
1 (Zähler) der 4 (Nenner) Flächen ist dunkel

b)  $= \frac{2}{3}$

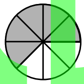
2 (Zähler) der 3 (Nenner) Flächen sind dunkel

c)  $= \frac{3}{5}$

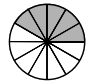
3 (Zähler) der 5 (Nenner) Flächen sind dunkel

d)  $= \frac{3}{8}$

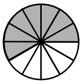
3 (Zähler) der 8 (Nenner) Flächen sind dunkel

e)  $= \frac{5}{8}$

5 (Zähler) der 8 (Nenner) Flächen sind dunkel

f)  $= \frac{5}{12}$

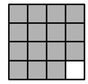
5 (Zähler) der 12 (Nenner) Flächen sind dunkel

g)  $= \frac{7}{12}$

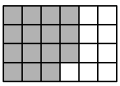
7 (Zähler) der 12 (Nenner) Flächen sind dunkel

h)  $= \frac{13}{18}$

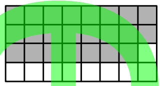
13 (Zähler) der 18 (Nenner) Flächen sind dunkel

i)  $= \frac{15}{16}$

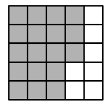
15 (Zähler) der 16 (Nenner) Flächen sind dunkel

j)  $= \frac{15}{24}$

15 (Zähler) der 24 (Nenner) Flächen sind dunkel

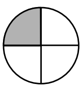
k)  $= \frac{23}{32}$

23 (Zähler) der 32 (Nenner) Flächen sind dunkel

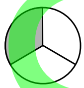
l)  $= \frac{18}{25}$

18 (Zähler) der 25 (Nenner) Flächen sind dunkel

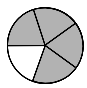
3. Male den dazugehörigen Bruch an.

a) $\frac{1}{4} =$ 

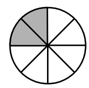
Zähler beträgt 1, daher 1 Fläche anmalen

b) $\frac{1}{3} =$ 

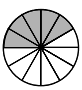
Zähler beträgt 1, daher 1 Fläche anmalen

c) $\frac{4}{5} =$ 

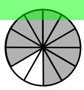
Zähler beträgt 4, daher 4 Flächen anmalen

d) $\frac{2}{8} =$ 

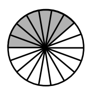
Zähler beträgt 2, daher 2 Flächen anmalen

e) $\frac{5}{12} =$ 

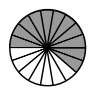
Zähler beträgt 5, daher 5 Flächen anmalen

f) $\frac{10}{12} =$ 

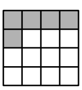
Zähler beträgt 10, daher 10 Flächen anmalen

g) $\frac{7}{18} =$ 

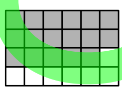
Zähler beträgt 7, daher 7 Flächen anmalen

h) $\frac{11}{18} =$ 

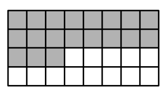
Zähler beträgt 11, daher 11 Flächen anmalen

i) $\frac{5}{16} =$ 

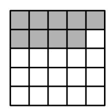
Zähler beträgt 5, daher 5 Flächen anmalen

j) $\frac{17}{24} =$ 

Zähler beträgt 17, daher 17 Flächen anmalen

k) $\frac{19}{32} =$ 

Zähler beträgt 19, daher 19 Flächen anmalen

l) $\frac{9}{25} =$ 

Zähler beträgt 9, daher 9 Flächen anmalen

Lösungen zu „Addition von mehreren Brüchen" (Seite 72):

15. Addiere die Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2+2}{6} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+3+2}{9} = \frac{7}{9}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1+4+3}{8} = \frac{8}{8} = 1$

d) $\frac{3}{16} + \frac{6}{16} + \frac{5}{16} = \frac{3+6+5}{16} =$

$\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{16}^{8}} = \frac{7}{8}$

e) $\frac{3}{18} + \frac{4}{18} + \frac{7}{18} = \frac{3+4+7}{18} =$

$\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{18}^{9}} = \frac{7}{9}$

f) $\frac{5}{24} + \frac{6}{24} + \frac{7}{24} = \frac{5+6+7}{24} =$

$\frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{24}^{4}} = \frac{3}{4}$

g) $\frac{11}{37} + \frac{18}{37} + \frac{14}{37} = \frac{11+18+14}{37} =$

$\frac{43}{37} = 1\frac{6}{37}$

43 : 37 = 1 Rest 6

h) $\frac{19}{53} + \frac{8}{53} + \frac{23}{53} = \frac{19+8+23}{53} = \frac{50}{53}$

i) $\frac{31}{64} + \frac{19}{64} + \frac{38}{64} = \frac{31+19+38}{64} =$

$\frac{\cancel{88}^{11}}{\cancel{64}^{8}} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

11 : 8 = 1 Rest 3

j) $\frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$

3 → 3
4 → 2 · 2
HN → 2 · 2 · 3 = 12

$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$

$\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

$\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$

$\frac{4}{12} + \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{4+9+8}{12} =$

$\frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{12}^{4}} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

7 : 4 = 1 Rest 3

k) $\frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$

5 → 5
8 → 2 · 2 · 2
3 → 3
HN → 5 · 2 · 2 · 2 · 3 = 120

$\frac{4 \cdot 24}{5 \cdot 24} = \frac{96}{120}$

$\frac{3 \cdot 15}{8 \cdot 12} = \frac{45}{120}$

$\frac{1 \cdot 40}{3 \cdot 40} = \frac{40}{120}$

$\frac{96}{120} + \frac{45}{120} + \frac{40}{120} =$

$\frac{96+45+40}{120} = \frac{181}{120} = 1\frac{61}{120}$

181 : 120 = 1 Rest 61

l) $\frac{3:3}{6:3} = \frac{1}{2}$

7 → 7
2 → 2
9 → 3 · 3
HN → 7 · 2 · 3 · 3 = 126

$\frac{2 \cdot 18}{7 \cdot 18} = \frac{36}{126}$

$\frac{1 \cdot 63}{2 \cdot 63} = \frac{63}{126}$

$\frac{5 \cdot 14}{9 \cdot 14} = \frac{70}{126}$

$\frac{36}{126} + \frac{63}{126} + \frac{70}{126}$

$\frac{36+63+70}{126} = \frac{169}{126} = 1\frac{43}{126}$

169 : 126 = 1 Rest 43

m) $\frac{8:8}{16:8}=\frac{1}{2}$

$12 \rightarrow 2\cdot2\cdot3$

$2 \rightarrow 2$

$4 \rightarrow 2\cdot2$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot2\cdot3 = 12$

$\frac{1\cdot6}{2\cdot6}=\frac{6}{12}$

$\frac{3\cdot3}{4\cdot3}=\frac{9}{12}$

$\frac{7}{12}+\frac{6}{12}+\frac{9}{12}=\frac{7+6+9}{12}=$

$\frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{12}^{6}}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}$

11 : 6 = 1 Rest 5

n) $32 \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

$48 \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3$

$16 \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3 = 96$

$\frac{15\cdot3}{32\cdot3}=\frac{45}{96}$

$\frac{25\cdot2}{48\cdot2}=\frac{50}{96}$

$\frac{11\cdot6}{16\cdot6}=\frac{66}{96}$

$\frac{45}{96}+\frac{50}{96}+\frac{66}{96}=\frac{45+50+66}{96}=$

$\frac{161}{96}=1\frac{65}{96}$

161 : 96 = 1 Rest 65

o) $\frac{9:9}{18:9}=\frac{1}{2}$

$\frac{14:14}{28:14}=\frac{1}{2}$

$\frac{18:3}{21:3}=\frac{6}{7}$

$2 \rightarrow 2$

$7 \rightarrow 7$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot7 = 14$

$\frac{1\cdot7}{2\cdot7}=\frac{7}{14}$

$\frac{1\cdot7}{2\cdot7}=\frac{7}{14}$

$\frac{6\cdot2}{7\cdot2}=\frac{12}{14}$

$\frac{7}{14}+\frac{7}{14}+\frac{12}{14}=\frac{7+7+12}{14}=$

$\frac{\cancel{26}^{13}}{\cancel{14}^{7}}=\frac{13}{7}=1\frac{6}{7}$

13 : 7 = 1 Rest 6

p) $\frac{9:9}{36:9}=\frac{1}{4}$

$\frac{21:21}{42:21}=\frac{1}{2}$

$\frac{32:16}{48:16}=\frac{2}{3}$

$4 \rightarrow 2\cdot2$

$2 \rightarrow 2$

$3 \rightarrow 3$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot2\cdot3 = 12$

$\frac{1\cdot3}{4\cdot3}=\frac{3}{12}$

$\frac{1\cdot6}{2\cdot6}=\frac{6}{12}$

$\frac{2\cdot4}{3\cdot4}=\frac{8}{12}$

$\frac{3}{12}+\frac{6}{12}+\frac{8}{12}=$

$\frac{3+6+8}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$

17 : 12 = 1 Rest 5

q) $\frac{14:14}{56:14}=\frac{1}{4}$

$\frac{35:7}{63:7}=\frac{5}{9}$

$\frac{42:6}{72:6}=\frac{7}{12}$

$4 \rightarrow 2\cdot2$

$9 \rightarrow 3\cdot3$

$12 \rightarrow 2\cdot2\cdot3$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot2\cdot3\cdot3 = 36$

$\frac{1\cdot9}{4\cdot9}=\frac{9}{36}$

$\frac{5\cdot4}{9\cdot4}=\frac{20}{36}$

$\frac{7\cdot3}{12\cdot3}=\frac{21}{36}$

$\frac{9}{36}+\frac{20}{36}+\frac{21}{36}=$

$\frac{9+20+21}{36}=\frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{36}^{18}}=1\frac{7}{18}$

25 : 18 = 1 Rest 7

r) $\frac{24:24}{72:24}=\frac{1}{3}$

$3 \rightarrow 3$

$84 \rightarrow 2\cdot2\cdot3\cdot7$

$48 \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3$

$\text{HN} \rightarrow 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot7 = 336$

$\frac{1\cdot112}{3\cdot112}=\frac{112}{336}$

$\frac{37\cdot4}{84\cdot4}=\frac{148}{336}$

$\frac{47\cdot7}{48\cdot7}=\frac{329}{336}$

$\frac{112}{336}+\frac{148}{336}+\frac{329}{336}=$

$\frac{112+148+329}{336}=\frac{589}{336}=1\frac{253}{336}$

589 : 336 = 1 Rest 253

Lösungen zu „Subtraktion von Brüchen mit gleichen Nennern" (Seite 72):

16. Subtrahiere die beiden Brüche und kürze wenn möglich.

a) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}^{2}} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$

d) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{8}^{4}} = \frac{1}{4}$

e) $\frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{7-4}{12} = \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}^{4}} = \frac{1}{4}$

g) $\frac{9}{14} - \frac{6}{14} = \frac{9-6}{14} = \frac{3}{14}$

h) $\frac{11}{17} - \frac{9}{17} = \frac{11-9}{17} = \frac{2}{17}$

i) $\frac{22}{25} - \frac{12}{25} = \frac{22-12}{25} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{25}^{5}} = \frac{2}{5}$

j) $\frac{27}{34} - \frac{15}{34} = \frac{27-15}{34} = \frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{34}^{17}} = \frac{6}{17}$

k) $\frac{49}{51} - \frac{44}{51} = \frac{49-44}{51} = \frac{5}{51}$

l) $\frac{37}{72} - \frac{24}{72} = \frac{37-24}{72} = \frac{13}{72}$

m) $\frac{6}{100} - \frac{2}{100} = \frac{6-2}{100} = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{100}^{25}} = \frac{1}{25}$

n) $\frac{55}{96} - \frac{42}{96} = \frac{55-42}{96} = \frac{13}{96}$

o) $\frac{62}{84} - \frac{58}{84} = \frac{62-58}{84} = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{84}^{21}} = \frac{1}{21}$

p) $\frac{72}{126} - \frac{15}{126} = \frac{72-15}{126} = \frac{\cancel{57}^{19}}{\cancel{126}^{42}} = \frac{19}{42}$

q) $\frac{134}{216} - \frac{68}{216} = \frac{134-68}{216} = \frac{\cancel{66}^{11}}{\cancel{216}^{36}} = \frac{11}{36}$

r) $\frac{181}{356} - \frac{92}{356} = \frac{181-92}{356} = \frac{\cancel{89}^{1}}{\cancel{356}^{4}} = \frac{1}{4}$

Lösungen zu „Subtraktion von Brüchen mit verschiedenen Nennern" (Seite 73):

17. Subtrahiere die beiden Brüche und kürze wenn möglich.

a) 4 → 2 · 2
2 → 2
HN → 2 · 2 = 4
$\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$
$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$

b) 3 → 3
6 → 2 · 3
HN → 2 · 3 = 6
$\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$
$\frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4-2}{6} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{6}^{3}} = \frac{1}{3}$

c) 8 → 2 · 2 · 2
4 → 2 · 2
HN → 2 · 2 · 2 = 8
$\frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{4}{8}$
$\frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{5-4}{8} = \frac{1}{8}$

d) 12 → 2 · 2 · 3
6 → 2 · 3
HN → 2 · 2 · 3 = 12
$\frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$
$\frac{8}{12} - \frac{2}{12} = \frac{8-2}{12} = \frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{12}^{2}} = \frac{1}{2}$

e) 16 → 2 · 2 · 2 · 2
8 → 2 · 2 · 2
HN → 2 · 2 · 2 · 2 = 16
$\frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{10}{16}$
$\frac{11}{16} - \frac{10}{16} = \frac{11-10}{16} = \frac{1}{16}$

f) 24 → 2 · 2 · 2 · 3
6 → 2 · 3
HN → 2 · 2 · 2 · 3 = 24
$\frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{12}{24}$
$\frac{20}{24} - \frac{12}{24} = \frac{20-12}{24} = \frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{24}^{3}} = \frac{1}{3}$

8. Stichwortverzeichnis

Über die website

Unter dem Motto „leichter Mathe lernen in der Community!" bietet dir das kostenlose Webportal **mathetreff-online.de** bei deinem Besuch viele Infos rund um das Thema Mathematik an. Die Inhalte sind hauptsächlich für Grund-, Haupt- und Realschüler optimiert, können aber auch für andere Schularten verwendet werden.

Die Website ist in drei große Bereiche unterteilt:

- Im Bereich **Wissen** findest du unser Mathelexikon. Damit angefangen, eine „normale" Formelsammlung für die eigene Realschule mit entsprechenden Beispielen bereitzustellen, finden sich heute über 700 Einträge von A wie Abbildungsmaßstab bis hin zu Z wie Zylinder. Als Ergänzung und „Mathelexikon2go" findest du hier auch unser umfangreiches Karteikartensystem zum Basteln.
- Im Bereich **Action** findest du Übungsaufgaben zu verschiedenen Themen zum Rechnen, aber auch Konstruktionen mit entsprechend ausführlicher Lösung. Zudem sind viele interaktive Lektionen verfügbar, die du direkt am Computer „durcharbeiten" kannst.
- In der Rubrik **Fun** kommt der Spaß nicht zu kurz. Hier findest du viele Matherätsel und Mathewitze, Quiz und online abrufbare Spiele sowie unzählige Bastelbögen, mit denen du allerlei mathematische Körper basteln kannst.

Grundsätzlich lässt sich die Website ohne Registrierung nutzen. Damit du selbst jedoch Forenbeiträge oder Kommentare schreiben kannst, ist eine kostenlose Registrierung erforderlich.

Wir freuen uns auf deinen Besuch unter https://www.mathetreff-online.de!