

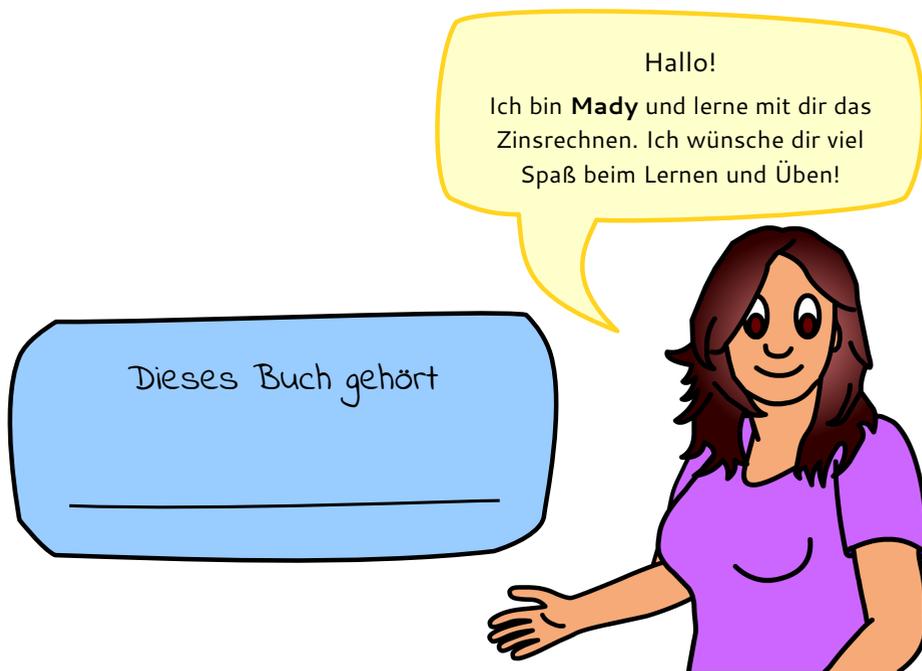
die Buchreihe
zur website

mathetreff-online

www.mathetreff-online.de

Zinsrechnung

einfach erklärt



Copyright © Christian Hensel (»Chris« - mathetreff-online.de-Team)

Dieses Buch darf ohne die schriftliche Genehmigung des Autors weder ganz noch teilweise kopiert, fotokopiert, reproduziert, übersetzt oder in elektronische oder maschinenlesbare Form konvertiert werden. Der Benutzer darf dieses Buch weder ganz noch teilweise für andere Zwecke drucken, reproduzieren, weitergeben oder weiterverkaufen. Dies gilt insbesondere für kommerzielle Zwecke, wie den Verkauf von Kopien dieses Buches.

Der Autor übernimmt keine Haftung für die Vollständigkeit und Richtigkeit. Irrtümer vorbehalten.

1. Auflage: 06.03.2021

ISBN: 9783753423852

Herstellung und Verlag: Books on Demand GmbH, Norderstedt

Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort	3
2. Was ist eigentlich ein Zins?	4
3. Die Zinsrechnung	7
3.1. Die Formel	8
3.2. Die Berechnung der Zinsen	9
3.3. Die Berechnung des Kapitals	11
3.4. Die Berechnung der Zeitdauer	14
3.5. Die Berechnung des Zinssatzes	17
4. Weitere Zinsarten	20
4.1. Monatszins	20
4.2. Tageszins	23
5. Zinseszins	26
5.1. Die Zinseszins-Formel	26
5.2. Die Berechnung des Endkapitals	29
5.3. Die Berechnung des Anfangskapitals	31
5.4. Die Berechnung des Zinssatzes	34
6. Zinseszinstabelle	38
7. Übungsaufgaben	40
8. Lösungen	57
9. Stichwortverzeichnis	83

1. Vorwort

Hallo!

Sersheim, im März 2021

Vielen Dank für den Kauf dieses Buches.

Mit der eigenen Buchreihe zur Website geht das mathetreff-online-Team einen Schritt weiter und kombiniert das Lernen online und offline zu einem Gesamtpaket. Angefangen als Hobby zweier Realschüler im Großraum Stuttgart wurde aus der kleinen Homepage bis heute ein wachsendes Portal – eine feste Größe innerhalb der Nische „Mathe lernen im Internet“.

Die Website wurde damals im Jahr 2000 ins Leben gerufen, um den oft trockenen Lernstoff des Faches Mathematik für unsere Mitschüler und uns selbst aufzubereiten. Eben nur auf moderne Art und Weise, gemixt mit einer ordentlichen Portion Spaß. Auch wenn wir mittlerweile keine Schüler mehr sind und fest im (nicht akademischen) Berufsleben stehen, hat sich an diesem Grundgedanken nichts geändert.

Anhand der vielen Feedbacks versuchen wir ständig, die Website an die Bedürfnisse unserer Besucher anzupassen. Mehr über die Website findest du am Ende dieses Buches. Auch für dieses Buch wünschen wir uns konstruktive Rückmeldungen. Über die Positiven freuen wir uns natürlich besonders 😊!

Du erreichst uns per **E-Mail** ✉ (buch@mathetreff-online.de), über **Facebook** **f** (www.facebook.com/mathetreffonline) oder über **Twitter** **t** (@mathetreffonlin – das „e“ am Ende von „mathetreffonline“ wollte Twitter nicht hergeben 😊).

Wenn dir dieses Buch besonders gut gefällt, empfehle es doch deinen Freunden, Mitschülern, Eltern oder auch deinen Lehrern weiter! Falls du in den sozialen Netzwerken aktiv bist, like 👍 uns doch auf Facebook und/oder folge uns auf Twitter.

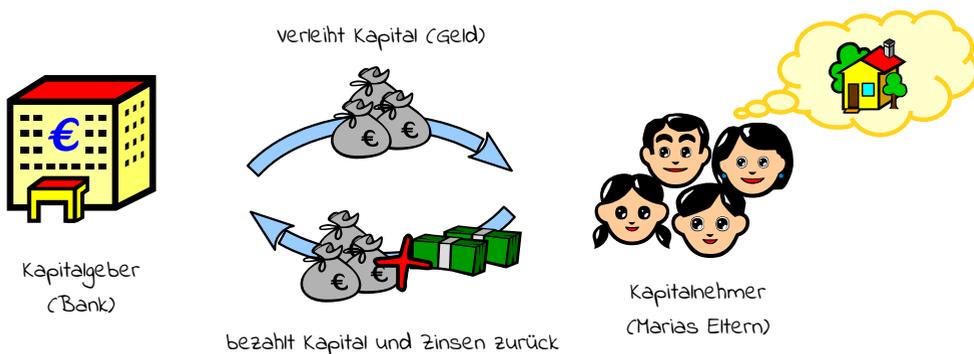
viel Spaß mit dem Buch wünschen dir die gründer von mathetreff-online

Philipp „Phil“ Schrenk und Christian „Chris“ Hensel

2. was ist eigentlich ein Zins?

Eine einschlägige Enzyklopädie erklärt Zinsen wie folgt: Zins (lateinisch *census*, „Abschätzung“) ist in der Wirtschaft das Entgelt, das der Schuldner dem Gläubiger als Gegenleistung für vorübergehend überlassenes Kapital zahlt.

Mit dieser Erklärung kannst du bestimmt nicht allzu viel anfangen. Dazu erkläre ich dir zunächst einmal die Begriffe anhand eines anschaulichen Beispiels: Marias Eltern wollen sich ein kleines Häuschen kaufen. Sie haben lange gespart und endlich eins gefunden, das ihnen gefällt. Leider kostet es mehr als sie bisher gespart haben. Daher müssen sie sich den fehlenden Geldbetrag von der Bank leihen. Die Bank bietet ihnen dazu einen Kredit mit 5 % Zinsen, den sie anschließend in kleinen Teilbeträgen wieder zurückbezahlen. Grafisch dargestellt, sieht das so aus:



Der geliehene Geldbetrag, auch Darlehen oder Kredit genannt, oder der Geldbetrag auf dem Sparbuch wird in der Zinsrechnung als **Kapital** bezeichnet. Das Kapital ist wieder in einem festgelegten Zeitraum vollständig zurückzubezahlen. Es ist der Ausgangswert der Zinsrechnung, da die Zinsen von ihm abhängen. Da in der Zinsrechnung zwei Geldbeträge auftauchen, ist das Kapital der größere von beiden.



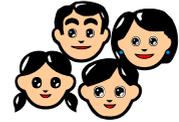
Kapital (Geld)

Derjenige, der das Kapital zur Verfügung stellt und verleiht, wird **Kapitalgeber** oder Gläubiger genannt. Gläubiger deswegen, da er „glaubt“, dass derjenige, dem er das Kapital geliehen hat, es auch wieder zurückbezahlt. Der Kapitalgeber kann dabei eine Bank, Sparkasse oder sonst jemand sein, der ein Teil seines Kapitals verleiht. Aber auch wenn Maria den Inhalt ihres Sparschweins auf ihr Sparbuch einzahlt, tritt sie in diesem Fall als Kapitalgeber auf.



Kapitalgeber/
Gläubiger (Bank)

Derjenige, der sich das Kapital ausleiht, wird **Kapitalnehmer** oder Schuldner genannt. Schuldner deswegen, da er jetzt Schulden bei demjenigen hat, der ihm Kapital geliehen hat. Er ist verpflichtet, das geliehene Kapital in einem festgelegten Zeitraum wieder vollständig an den Kapitalgeber zurückzubezahlen. Der Kapitalnehmer kann dabei eine einzelne oder mehrere Personen, wie Marias Eltern, eine Firma oder sogar ein ganzes Land sein.



Kapitalnehmer/
Schuldner
(Marias Eltern)

Die **Zinsen** (vom lateinischen Wort »census«, das „Abschätzung“ bedeutet) sind ein Entgelt, das vom Kapitalnehmer zusätzlich zum geliehenen Kapital an den Kapitalgeber zu bezahlen ist, sozusagen eine „Leihgebühr“. Sie sind der kleine Geldbetrag in der Zinsrechnung, da sie ein Prozentsatz des geliehenen Kapitals darstellen. Aber auch, wenn du Geld bei der Bank auf dem Sparbuch anlegst, bekommst du am Jahresende von ihr dafür Zinsen.

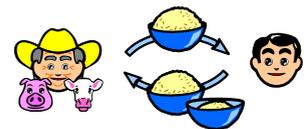


Zinsen

Dabei ist der Zins keine neomodische Erscheinung, ihn gibt es bereits seit über 4.000 Jahren! In dieser langen Zeit erlebte er viele Höhen und Tiefen. Lange bevor das Geld erfunden wurde, das wir heute kennen, wurde er als Naturallohn in Form von Gegenständen, z. B. Eier, Gänse oder Hühner, bezahlt. Die Sumerer (ein Volk in Vorderasien) führten vermutlich bereits 2.400 vor Christus den Zinsbegriff »maß« ein, der ins Deutsche übersetzt etwa Kalb oder Ziegenjunges bedeutet.

Ganz früher verlangten Großbauern einen Naturalzins für das Verleihen von Saatgut z. B. Getreide. Nach der Ernte am Jahresende mussten die Schuldner die geliehene Menge natürlich wieder an den Großbauern zurückgeben.

Da die Großbauern das verliehene Saatgut nicht selbst anbauen konnten, wollten sie natürlich einen Ausgleich für den Ertragsausfall. Somit verlangten sie teilweise einen Aufschlag von bis zu 50 Prozent. Das bedeutete, wenn sich jemand 100 kg Getreide lieh, so musste er die 100 kg und den Aufschlag zurückgeben. Bei 50 % Aufschlag sind das noch einmal die Hälfte, also 50 kg. Insgesamt mussten 150 kg zurückgegeben werden.

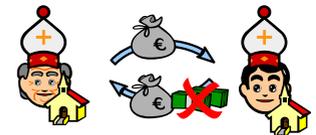


Konnte der Schuldner das geliehene Getreide nicht zurückgeben, drohte ihm die Schuldknechtschaft. Dabei musste er seine Arbeitskraft verpfänden, wobei er oft keine Aussicht hatte, dadurch seine Schuld abzutragen. So mussten viele für den Rest ihres Lebens als Knecht dienen. Vor diesem Hintergrund haben Religionen den Zins zunächst verboten, dann doch wieder erlaubt oder schränkten ihn ein, um die Schuldner zu schützen. So beschloss der 6. König von Babylonien Hammurapi I., dass für Gerste nur noch ein Aufschlag von 33,3 % erhoben werden durfte.

Mit Einführung des Metallgeldes ab ca. 1.000 v. Chr. änderte sich einiges. Man konnte sich nun Geld leihen, um damit allerlei Sachen zu kaufen. Damit verlor der Naturalzins an Bedeutung. Ein Kleinbauer konnte nun Saatgut von einem Großbauern abkaufen. Besaß er das benötigte Geld nicht, so konnte er es sich von einem Geldverleiher leihen.

Das römische Recht führte mit dem »Mutuum«, ein zinsloses Darlehen an Verwandte ein, bei dem Zinsen nur gesondert erhoben werden konnten. Es begrenzte 451 v. Chr. mit dem Zwölftafelgesetz den Zins auf ein Zwölftel der Darlehenssumme (8,33 %). Bald darauf wurde der Höchstzinssatz halbiert, zum Ende der Römischen Republik lag er dann sogar bei 12 %.

Im Christentum sollten in Not geratene bedürftige Personen zinslose Darlehen bekommen. Ein Verstoß gegen dieses Zinsverbot hatte für damalige Verhältnisse schwerwiegende Folgen wie Ausweisung aus der Gemeinde oder Verweigerung des kirchlichen Begräbnisses. Karl der Große (von 768 bis 814 König des Fränkischen Reichs) erklärte im März 789 das Zinsverbot zum weltlichen Verbot. Somit musste nur das Kapital zurück erstattet werden.



Da für die Juden die christlichen Regeln und damit das Zinsverbot nicht galt, entwickelten sie sich im Hochmittelalter zu Geldverleihern. Zudem erlaubte die Thora Zinsgeschäfte mit Nichtjuden. Im 15. Jahrhundert erkannte das Reichskammergericht an, dass der Kapitalnehmer neben dem Darlehen auch für das aufgelaufene Interesse zu bezahlen schuldig sei. Somit waren die Zinsen wieder zulässig und wurden natürlich auch wieder verlangt. Die Zinsen wurden an bestimmten Tagen im Jahr fällig (die so genannten Zinstage) und mussten an diesen auch bezahlt werden.

Der italienische Diplomat Ferdinando Galiani (1728–1787) bezeichnete den Zins humorvoll als „die Frucht des Geldes“, der als „Preis für das Herzklopfen des Gläubigers“ zu bezahlen ist.



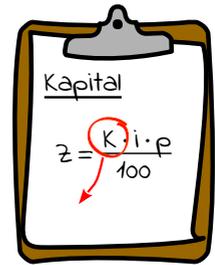
Die Zinsen in Höhe von 3.600 € beziehen sich auf die gesamte Laufzeit von 3 Jahren. Wenn du die Zinsen für 1 Jahr ausrechnen willst, musst du die Zinsen Z durch die Zeitdauer i teilen: $3.600 \text{ €} : 3 = 1.200 \text{ €}$ Zinsen pro Jahr.

Die Zinsen sind das Entgelt, das bezahlt werden muss, wenn Kapital verliehen wird. Um sie zu berechnen, multiplizierst du das Kapital mit der Zeitdauer und dem Zinssatz und teilst alles durch 100.



3.3. Die Berechnung des Kapitals

Bei einigen Aufgaben sind nicht die Zinsen Z gesucht, sondern das **Kapital K**. Dazu musst du nur die Zinsformel umstellen. Damit du das Kapital K berechnen kannst, muss es alleine stehen. Du verschiebst daher das i und das p zuerst auf die linke Seite zum Z und anschließend verschiebst du noch die 100 nach links. Wie du das machst, zeige ich dir jetzt.



So stellst du die Zinsformel nach K um	So sieht es aus
Die Ausgangsformel ist die Zinsformel, die du nach K umstellen musst.	$z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100}$
<p>1. Das K muss am Ende alleine stehen. Da das K mit dem i und dem p durch eine Multiplikation verbunden ist, musst du beide Seiten durch i und p dividieren, um sie auf die andere Seite zu bringen. Da du bereits durch 100 dividieren musst (Bruch), wird die Division durch i und p als Multiplikation $\cdot (i \cdot p)$ in den Nenner geschrieben.</p>	$z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100} \quad : (i \cdot p)$ $\frac{z}{i \cdot p} = \frac{K \cdot i \cdot p}{100 \cdot i \cdot p}$

So stellst du die Zinsformel nach K um	So sieht es aus
<p>2. Auf der rechten Seite steht im Bruch die Rechnung $(i \cdot p) : (i \cdot p)$ ($\frac{i \cdot p}{i \cdot p}$), die sich aufhebt (ergibt 1). Das i und das p nun nicht mehr auf der rechten Seite.</p>	$\frac{Z}{i \cdot p} = \frac{K \cdot \cancel{i \cdot p}}{100 \cdot \cancel{i \cdot p}}$ $\frac{Z}{i \cdot p} = \frac{K}{100}$
<p>3. Zwar steht das K jetzt alleine im Zähler, aber die 100 im Nenner stören noch. Da die 100 mit dem K durch eine Division (Bruch) verbunden ist, musst du beide Seiten mit 100 multiplizieren.</p>	$\frac{Z}{i \cdot p} = \frac{K}{100} \quad \cdot 100$ $\frac{Z \cdot 100}{i \cdot p} = \frac{K \cdot 100}{100}$
<p>4. Auf der rechten Seite steht die Rechnung 100 : 100 ($\frac{100}{100}$), die sich aufhebt (ergibt 1). Der Bruch auf der rechten Seite ist verschwunden und das K steht alleine.</p>	$\frac{Z \cdot 100}{i \cdot p} = \frac{K \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}}$ $\frac{Z \cdot 100}{i \cdot p} = K$
<p> Drehe die Formel um und du erhältst zum Schluss die Formel, mit der du das Kapital K bestimmen kannst.</p>	$K = \frac{Z \cdot 100}{i \cdot p}$

Du erhältst die umgestellte Formel, mit der du aus den Zinsen Z, der Zeitdauer i und dem Zinssatz p schnell und einfach das **Kapital K** berechnen kannst:

$$K = \frac{Z \cdot 100}{i \cdot p}$$

Marias Mutter legt einen Geldbetrag für 3 Jahre zu einem Zinssatz von 4 % an. Sie bekommt insgesamt Zinsen von 3.600 €. Welchen Geldbetrag hat sie angelegt?

Ich werde dir nun Schritt für Schritt zeigen, wie du das Kapital ermittelst: Zu Beginn musst du die Werte für die Zinsen Z, die Zeitdauer i und den Zinssatz p aus der Aufgabenstellung ablesen bzw. herausfinden: Die 3.600 € sind die Zinsen (Z = 3.600 €). Die Zeitdauer i beträgt 3 Jahre (i = 3 a) und der Wert mit dem Prozentzeichen ist der Zinssatz (p = 4 %). Setze diese Werte in die Formel ein. Berechne zuerst den Zähler: 3.600 € · 100 = 360.000 €. Berechne anschließend den Nenner: 3 · 4 = 12. Übrig bleibt eine Division: 360.000 € : 12 = 30.000 €. Das Kapital K beträgt 30.000 €.

So berechnest du das Kapital K	So sieht es aus
Du sollst das Kapital K berechnen.	$Z = 3600\text{€}$ $i = 3\text{a}$ $p = 4\%$
1. Diese Formel benötigst du:	$K = \frac{Z \cdot 100}{i \cdot p}$
2. Setze die Werte in die Formel ein: Die Zinsen Z stehen im Zähler und betragen 3.600 € . Ersetze das Z durch 3.600 €.	$K = \frac{Z \cdot 100}{i \cdot p}$ $K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{i \cdot p}$
3. Die Zeitdauer i steht im Nenner und beträgt 3 a . Ersetze das i durch 3. Da sich die Einheit a im Laufe der Rechnung aufhebt, schreibst du sie nicht.	$K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{i \cdot p}$ $K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{3 \cdot p}$
4. Der Zinssatz p steht unten im Nenner und beträgt 4 % . Ersetze das p durch 4. Da du später durch 100 dividierst, lässt du das Prozentzeichen weg.	$K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{3 \cdot p}$ $K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{3 \cdot 4}$
5. Berechne zuerst die Multiplikation im Zähler: 3.600 € · 100 = 360.000 €.	$K = \frac{3600\text{€} \cdot 100}{3 \cdot 4}$ $K = \frac{360000\text{€}}{3 \cdot 4}$
6. Berechne anschließend die Multiplikation im Nenner: 3 · 4 = 12.	$K = \frac{360000\text{€}}{3 \cdot 4}$ $K = \frac{360000\text{€}}{12}$
7. Übrig bleibt ein Bruch. Berechne ihn zum Schluss: 360.000 € : 12 = 30.000 €.	$K = \frac{360000\text{€}}{12}$ $K = 30000\text{€}$
 Das Kapital K beträgt 30.000 €.	$K = 30000\text{€}$

Das Kapital K ist die Ausgangsgröße bei der Zinsrechnung. Um es zu bestimmen, multiplizierst du die Zinsen mit 100 und dividierst alles durch die Zeitdauer und durch den Zinssatz.



4.2. Tageszins

Viele Firmen benötigen Kapital nur für eine kurze Zeit, beispielsweise vom Auftrags-
eingang bis der Kunde bezahlt. Damit sie dennoch für ihre Kalkulation die Zinsen
ansetzen können, müssen diese auf die Tagesanzahl heruntergebrochen werden.

Über die bisherige Zinsformel rechnest du die Zinsen für ein bzw. mehrere Jahre aus,
je nach dem wie groß der Wert für i ist, da i die Laufzeit in Jahre angibt. Beim **Tages-
zins** hast du einen Zeitraum, der jedoch viel kleiner als ein Jahr ist, nämlich einen oder
mehrere Tage.

Du könntest natürlich den Zeitraum als Kommazahl in Jahren angeben. Das Problem ist
dabei nur, dass ein Jahr 365 Tage hat, ein Schaltjahr sogar 366 Tage. Somit gestaltet
sich die Umrechnung etwas schwierig. 60 Tage sind dann 0,1643... Jahre ($60 : 365$).
Wir brauchen eine einfachere Lösung. Da die Banken das gleiche Problem hatten, leg-
ten sie das sogenannte **Bankjahr** mit nur 360 Tagen fest. In diesem Bankjahr hat übri-
gens jeder Monate 30 Tage ($360 \text{ Tage} : 12 = 30 \text{ Tage}$). Es würde sich anbieten, die
Anzahl der Tage direkt als Wert für i zu nehmen. Damit du das machen kannst, musst
du nur die Formel durch 360 dividieren, da 1 Jahr aus banktechnischer Sicht aus 360
Tagen besteht. Diese Division wird in den Nenner zu den 100 geschrieben. Da es nun
zwei Divisionen sind ($: 100$ und $: 360$), werden sie durch eine Multiplikation verbunden.
Daraus ergibt sich folgende Formel:

$$z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100 \cdot 360}$$

Division durch 360

Ein Kapital von 150.000 € soll über 60 Tage mit 4 % verzinst werden. Wie hoch sind die Zinsen?

So berechnest du den Tageszins	So sieht es aus:
Du sollst die Zinsen für ein Kapital von 150.000 € berechnen, das 60 Tage mit 4 % verzinst wurde.	$K = 150.000 \text{ €}$ $i = 60 \text{ d}$ $p = 4\%$
1. Das ist die Formel, um die Tageszinsen zu berechnen.	$Z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100 \cdot 360}$
2. Setze nun die gegebenen Werte ein: Das Kapital K beträgt 150.000 € . Ersetze das K durch den Wert 150.000 €.	$Z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100 \cdot 360}$ $Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot i \cdot p}{100 \cdot 360}$
3. Der Zeitraum i beträgt 60 Tage . Ersetze das i durch den Wert 60.	$Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot i \cdot p}{100 \cdot 360}$ $Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot 60 \cdot p}{100 \cdot 360}$
4. Der Zinssatz p beträgt 4 % . Ersetze das p durch den Wert 4. Da du später durch 100 dividierst, lässt du das Prozentzeichen weg.	$Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot 60 \cdot p}{100 \cdot 12}$ $Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot 60 \cdot 4}{100 \cdot 12360}$
5. Berechne zuerst die lange Multiplikation im Zähler: 150.000 € · 60 · 4 = 36.000.000 € .	$Z = \frac{150.000 \text{ €} \cdot 60 \cdot 4}{100 \cdot 360}$ $Z = \frac{36.000.000 \text{ €}}{100 \cdot 360}$
6. Berechne anschließend die Multiplikation im Nenner: 100 · 360 = 36.000 .	$Z = \frac{36.000.000 \text{ €}}{100 \cdot 360}$ $Z = \frac{36.000.000 \text{ €}}{36.000}$
7. Berechne zum Schluss den Bruch: 36.000.000 € : 36.000 = 1.000 € .	$Z = \frac{36.000.000 \text{ €}}{36.000}$ $Z = 1.000 \text{ €}$
 Die Zinsen betragen für den Zeitraum von 60 Tagen 1.000 €.	$Z = 1.000 \text{ €}$

60 Tage entsprechen $\frac{1}{6}$ eines ganzen Jahres. Wenn du die 1.000 € mit 6 multiplizierst, erhältst du die Jahreszinsen von $1.000 \text{ €} \cdot 6 = 6.000 \text{ €}$. Diesen Wert erhältst du auch,

Anzahl der gleichen Faktoren schreibst du als kleine Zahl (die Hochzahl) hinter die Klammer: $(1 + \frac{p}{100}) \cdot (1 + \frac{p}{100}) = (1 + \frac{p}{100})^2$. Diese kleine 2 hinter der Klammer bedeutet, du musst die Klammer zweimal mit sich selbst multiplizieren. Bei einer Laufzeit von 15 Jahren steht eine hochgestellte 15 hinter der Klammer $(1 + \frac{p}{100})^{15}$. Da du mit diesem kumulierten Zinsfaktor das mit den Zinsen versehene Anfangskapital bzw. das Endkapital berechnest, wird er auch **Aufzinsungsfaktor** oder **Endwertfaktor** genannt. Wenn du später diese Potenz ausrechnest, erhältst du je nach eingesetzten Werten eine mehr oder weniger lange Dezimalzahl. Versuche, diese Zahl nach Möglichkeit **nicht zu runden!** Rechne immer mit allen Stellen, desto genauer wird dein Ergebnis. Schreibe die Zeitdauer n als Potenz (in Form einer Hochzahl) hinter die Klammer.

$$K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Jahre als Hochzahl

Mit dieser Formel kannst du das **Endkapital** ausrechnen, das nach Ablauf der Zeitdauer n entstanden ist. Um das Endkapital vom Anfangskapital zu unterscheiden, wird es mit einem großgeschriebenen K und einem kleinen tiefgestellten n dargestellt: K_n .

Endkapital

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Damit hast du die Formel für das Endkapital mit dem Zinseszins zusammengestellt:

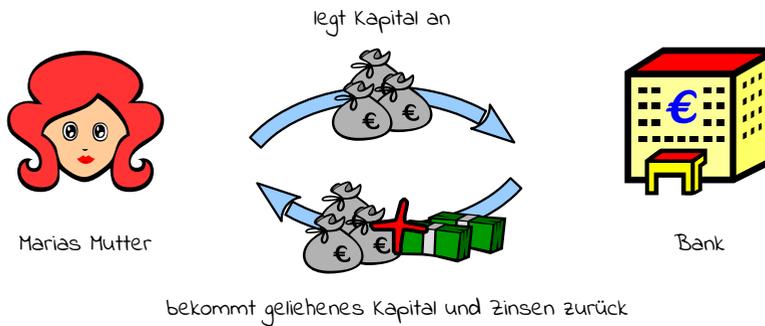
$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Beim Zinseszins werden die Zinsen am Ende des Jahres dem Kapital zugeführt und im nächsten mitverzinst. Da sie dadurch das zu verzinsende Kapital erhöhen, lassen sich mit dem Zinseszins größere Zinserträge erwirtschaften.



5.2. Die Berechnung des Endkapitals

Für die nachfolgenden Rechnungen nehmen wir wieder folgende Situation: Marias Mutter hat 30.000 €, die sie momentan nicht benötigt. Bevor sie die Geldsäcke bei sich zu Hause aufbewahrt, legt sie den Geldbetrag bei der Bank ihres Vertrauens für drei Jahre zu einem Zinssatz von 4 % an. Wie hoch ist das Endkapital nach diesen 3 Jahren? Das sieht vereinfacht so aus:



Ich zeige dir nun Schritt für Schritt, wie du das Endkapital nach diesen 3 Jahren berechnest:

So berechnest du das Endkapital	So sieht es aus
30.000 € werden 3 Jahre bei der Bank zu 4 % Zins angelegt. Berechne das Endkapital.	$K_0 = 30000\text{€}$ $n = 3 \text{ a}$ $p = 4\%$
1. Das ist die Formel, um das Endkapital K_n zu berechnen.	$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$
2. Setze nun die gegebenen Werte ein: Das Anfangskapital (K_0) beträgt 30.000 € . Ersetze das K_0 durch 30.000 €.	$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ $K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$
3. Der Zinssatz (p) beträgt 4 % . Setze anstelle des p im Zähler des Bruches die 4 ein.	$K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ $K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^n$

So berechnest du das Endkapital	So sieht es aus
4. Der Zeitraum (n) beträgt 3 Jahre . Ersetze das n hinter der Klammer durch 3.	$K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^n$ $K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$
5. Berechne zuerst den Bruch: 4 : 100 = 0,04 . Damit hast du die Prozentzahl in eine Dezimalzahl umgewandelt.	$K_n = 30000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$ $K_n = 30000\text{€} \cdot (1 + 0,04)^3$
6. Berechne anschließend den Inhalt der Klammer: 1 + 0,04 = 1,04 .	$K_n = 30000\text{€} \cdot (1 + 0,04)^3$ $K_n = 30000\text{€} \cdot (1,04)^3$
7. Rechne nun die Klammer aus: (1,04)³ = 1,04 · 1,04 · 1,04 = 1,124864 . Runde diesen Wert nach Möglichkeit nicht. Rechnest du immer mit allen Stellen, wird dein Ergebnis umso genauer.	$K_n = 30000\text{€} \cdot (1,04)^3$ $K_n = 30000\text{€} \cdot 1,124864$
8. Berechne die verbleibende Multiplikation: 30.000 € · 1,124864 = 33.745,92 € .	$K_n = 30000\text{€} \cdot 1,124864$ $K_n = 33745,92\text{€}$
 Das Endkapital beträgt nach 3 Jahren 33.745,92 € .	$K_n = 33745,92\text{€}$

Falls du Schwierigkeiten beim Ausrechnen der Potenz hast, findest du unter Kapitel 6 auf Seite 38 eine Zinseszinstabelle, aus der du den bereits errechneten Wert entnehmen kannst.



Marias Mutter erhält nach diesen 3 Jahren ein Endkapital von 33.745,92 €. Wenn du nur die **Zinsen berechnen** willst, musst du das Anfangskapital (K_0) vom Endkapital (K_n) abziehen: $K_n - K_0 = 33.745,92\text{€} - 30.000,00\text{€} = 3.745,92\text{€}$.

Im Vergleich dazu einmal die reine Zinsrechnung mit der berühmten Kip-Formel: $Z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100}$: Marias Mutter würde hier nur $Z = \frac{30.000,00\text{€} \cdot 3 \cdot 4}{100} = 3.600,00\text{€}$ an Zinsen bekommen, das ergibt ein Endkapital von $30.000,00\text{€} + 3.600,00\text{€} = 33.600,00\text{€}$, also 145,92 € weniger. Diese Differenz von 145,92 € sind nüchtern betrachtet nicht allzu viel. Aber du kannst hier sehr gut sehen, dass durch die Verzinsung der Zinsen ein weiterer Zuwachs von 145,92 € möglich ist.

- h) $Z = 154,50 \text{ €}; K = 1.030,00 \text{ €}; p = 5 \%$
- i) $Z = 399,00 \text{ €}; K = 1.330,00 \text{ €}; p = 5 \%$
- j) $Z = 708,40 \text{ €}; K = 2.530,00 \text{ €}; p = 4 \%$

15. Berechne die Zeitdauer i:

- a) $Z = 16.411,50 \text{ €}; K = 15.630,00 \text{ €}; p = 7 \%$
- b) $Z = 11.001,00 \text{ €}; K = 36.670,00 \text{ €}; p = 3 \%$
- c) $Z = 23.463,00 \text{ €}; K = 43.450,00 \text{ €}; p = 9 \%$
- d) $Z = 32.035,20 \text{ €}; K = 66.740,00 \text{ €}; p = 4 \%$
- e) $Z = 13.300,00 \text{ €}; K = 23.750,00 \text{ €}; p = 4 \%$
- f) $Z = 44.086,00 \text{ €}; K = 62.980,00 \text{ €}; p = 7 \%$
- g) $Z = 27.716,00 \text{ €}; K = 69.290,00 \text{ €}; p = 5 \%$
- h) $Z = 10.513,80 \text{ €}; K = 10.620,00 \text{ €}; p = 9 \%$
- i) $Z = 17.654,40 \text{ €}; K = 73.560,00 \text{ €}; p = 4 \%$
- j) $Z = 13.590,00 \text{ €}; K = 22.650,00 \text{ €}; p = 4 \%$

16. Berechne die Zeitdauer i:

- a) $Z = 172.020,00 \text{ €}; K = 573.400,00 \text{ €}; p = 2 \%$
- b) $Z = 192.240,00 \text{ €}; K = 480.600,00 \text{ €}; p = 5 \%$
- c) $Z = 275.520,00 \text{ €}; K = 459.200,00 \text{ €}; p = 4 \%$
- d) $Z = 109.920,00 \text{ €}; K = 229.000,00 \text{ €}; p = 6 \%$
- e) $Z = 336.910,00 \text{ €}; K = 481.300,00 \text{ €}; p = 10 \%$
- f) $Z = 77.952,00 \text{ €}; K = 278.400,00 \text{ €}; p = 2 \%$
- g) $Z = 388.800,00 \text{ €}; K = 324.000,00 \text{ €}; p = 8 \%$
- h) $Z = 180.504,00 \text{ €}; K = 752.100,00 \text{ €}; p = 3 \%$
- i) $Z = 452.790,00 \text{ €}; K = 580.500,00 \text{ €}; p = 6 \%$
- j) $Z = 330.687,00 \text{ €}; K = 524.900,00 \text{ €}; p = 9 \%$

17. Berechne die Zeitdauer i:

- a) $Z = 1.435,20 \text{ €}; K = 5.980,00 \text{ €}; p = 12 \%$
- b) $Z = 5.176,00 \text{ €}; K = 6.470,00 \text{ €}; p = 16 \%$
- c) $Z = 9.625,00 \text{ €}; K = 5.500,00 \text{ €}; p = 25 \%$
- d) $Z = 6.580,80 \text{ €}; K = 4.570,00 \text{ €}; p = 18 \%$

- e) $Z = 3.054,40 \text{ €}; K = 1.660,00 \text{ €}; p = 23 \%$
- f) $Z = 1.914,00 \text{ €}; K = 2.900,00 \text{ €}; p = 22 \%$
- g) $Z = 2.608,00 \text{ €}; K = 3.260,00 \text{ €}; p = 20 \%$
- h) $Z = 6.846,40 \text{ €}; K = 3.890,00 \text{ €}; p = 22 \%$
- i) $Z = 3.120,00 \text{ €}; K = 3.900,00 \text{ €}; p = 16 \%$
- j) $Z = 3.091,20 \text{ €}; K = 1.840,00 \text{ €}; p = 21 \%$

18. Berechne die Zeitdauer i:

- a) $Z = 316,80 \text{ €}; K = 2.400,00 \text{ €}; p = 3,3 \%$
- b) $Z = 451,20 \text{ €}; K = 3.200,00 \text{ €}; p = 4,7 \%$
- c) $Z = 469,20 \text{ €}; K = 4.600,00 \text{ €}; p = 1,7 \%$
- d) $Z = 44,40 \text{ €}; K = 3.700,00 \text{ €}; p = 0,6 \%$
- e) $Z = 601,80 \text{ €}; K = 1.700,00 \text{ €}; p = 5,9 \%$
- f) $Z = 1.331,10 \text{ €}; K = 2.900,00 \text{ €}; p = 5,1 \%$
- g) $Z = 1.287,00 \text{ €}; K = 5.500,00 \text{ €}; p = 3,9 \%$
- h) $Z = 164,00 \text{ €}; K = 4.100,00 \text{ €}; p = 0,8 \%$
- i) $Z = 475,20 \text{ €}; K = 4.800,00 \text{ €}; p = 3,3 \%$
- j) $Z = 80,00 \text{ €}; K = 800,00 \text{ €}; p = 5,0 \%$

Übungen zu „Die Berechnung des Zinssatzes“

→ die Lösungen stehen ab Seite 64

19. Berechne den Zinssatz p:

- | | |
|---|--|
| a) $Z = 2,28 \text{ €}; K = 57,00 \text{ €}; i = 2 \text{ a}$ | b) $Z = 8,19 \text{ €}; K = 13,00 \text{ €}; i = 9 \text{ a}$ |
| c) $Z = 6,60 \text{ €}; K = 55,00 \text{ €}; i = 6 \text{ a}$ | d) $Z = 4,20 \text{ €}; K = 21,00 \text{ €}; i = 5 \text{ a}$ |
| e) $Z = 5,76 \text{ €}; K = 32,00 \text{ €}; i = 3 \text{ a}$ | f) $Z = 5,39 \text{ €}; K = 11,00 \text{ €}; i = 7 \text{ a}$ |
| g) $Z = 3,36 \text{ €}; K = 8,00 \text{ €}; i = 6 \text{ a}$ | h) $Z = 18,90 \text{ €}; K = 42,00 \text{ €}; i = 9 \text{ a}$ |
| i) $Z = 3,68 \text{ €}; K = 23,00 \text{ €}; i = 8 \text{ a}$ | j) $Z = 15,96 \text{ €}; K = 38,00 \text{ €}; i = 6 \text{ a}$ |

48. Berechne den Zinssatz p:

- a) $K_0 = 710,00 \text{ €}; K_n = 930,67 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- b) $K_0 = 320,00 \text{ €}; K_n = 468,51 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- c) $K_0 = 400,00 \text{ €}; K_n = 1.063,38 \text{ €}; n = 8 \text{ a}$
- d) $K_0 = 630,00 \text{ €}; K_n = 804,45 \text{ €}; n = 2 \text{ a}$
- e) $K_0 = 260,00 \text{ €}; K_n = 574,78 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- f) $K_0 = 760,00 \text{ €}; K_n = 1.072,80 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- g) $K_0 = 340,00 \text{ €}; K_n = 389,27 \text{ €}; n = 2 \text{ a}$
- h) $K_0 = 640,00 \text{ €}; K_n = 1.505,67 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- i) $K_0 = 400,00 \text{ €}; K_n = 857,44 \text{ €}; n = 8 \text{ a}$
- j) $K_0 = 160,00 \text{ €}; K_n = 240,12 \text{ €}; n = 6 \text{ a}$

49. Berechne den Zinssatz p:

- a) $K_0 = 2.300,00 \text{ €}; K_n = 4.228,46 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- b) $K_0 = 2.200,00 \text{ €}; K_n = 4.573,64 \text{ €}; n = 15 \text{ a}$
- c) $K_0 = 7.300,00 \text{ €}; K_n = 10.104,91 \text{ €}; n = 11 \text{ a}$
- d) $K_0 = 2.400,00 \text{ €}; K_n = 2.868,22 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- e) $K_0 = 1.700,00 \text{ €}; K_n = 2.113,74 \text{ €}; n = 11 \text{ a}$
- f) $K_0 = 5.000,00 \text{ €}; K_n = 5.743,43 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- g) $K_0 = 7.800,00 \text{ €}; K_n = 9.289,92 \text{ €}; n = 3 \text{ a}$
- h) $K_0 = 6.800,00 \text{ €}; K_n = 10.919,31 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- i) $K_0 = 5.300,00 \text{ €}; K_n = 6.691,13 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- j) $K_0 = 1.800,00 \text{ €}; K_n = 3.839,27 \text{ €}; n = 13 \text{ a}$

50. Berechne den Zinssatz p:

- a) $K_0 = 637.000,00 \text{ €}; K_n = 1.383.496,02 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- b) $K_0 = 712.000,00 \text{ €}; K_n = 1.301.563,85 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- c) $K_0 = 813.000,00 \text{ €}; K_n = 1.765.749,24 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- d) $K_0 = 669.000,00 \text{ €}; K_n = 774.451,13 \text{ €}; n = 3 \text{ a}$
- e) $K_0 = 296.000,00 \text{ €}; K_n = 326.340,00 \text{ €}; n = 2 \text{ a}$
- f) $K_0 = 132.000,00 \text{ €}; K_n = 166.281,98 \text{ €}; n = 3 \text{ a}$
- g) $K_0 = 419.000,00 \text{ €}; K_n = 718.092,37 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$

- h) $K_0 = 271.000,00 \text{ €}; K_n = 353.593,53 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- i) $K_0 = 201.000,00 \text{ €}; K_n = 256.532,59 \text{ €}; n = 5 \text{ a}$
- j) $K_0 = 238.000,00 \text{ €}; K_n = 277.603,20 \text{ €}; n = 2 \text{ a}$

51. Berechne den Zinssatz p:

- a) $K_0 = 56.300,00 \text{ €}; K_n = 93.593,67 \text{ €}; n = 5 \text{ a}$
- b) $K_0 = 39.900,00 \text{ €}; K_n = 48.016,02 \text{ €}; n = 2 \text{ a}$
- c) $K_0 = 80.000,00 \text{ €}; K_n = 238.416,04 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- d) $K_0 = 27.000,00 \text{ €}; K_n = 50.315,86 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- e) $K_0 = 15.700,00 \text{ €}; K_n = 20.502,67 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- f) $K_0 = 38.800,00 \text{ €}; K_n = 57.637,88 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- g) $K_0 = 33.000,00 \text{ €}; K_n = 57.293,42 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$
- h) $K_0 = 87.300,00 \text{ €}; K_n = 130.857,74 \text{ €}; n = 9 \text{ a}$
- i) $K_0 = 17.800,00 \text{ €}; K_n = 18.817,93 \text{ €}; n = 4 \text{ a}$
- j) $K_0 = 61.000,00 \text{ €}; K_n = 139.122,54 \text{ €}; n = 7 \text{ a}$

Textaufgaben

→ die Lösungen stehen ab Seite 80

52. Löse die Textaufgaben zur einfachen Zinsrechnung:

- a) Bei einer Verzinsung von 5,5 % wird ein Kapital von 13.500 € für ein Jahr angelegt. Berechne die Jahreszinsen.
- b) Nadine bekommt von ihrem Onkel 1.500 € geschenkt. Die Sparkasse bietet einen Zinssatz von 2,2 %. Wie viel Zinsen gibt es nach einem $\frac{3}{4}$ Jahr?
- c) Familie Hauke bezahlt für die Hypothek ihres Hauses bei einem Zinssatz von 8,5 % monatlich 637,50 € Zinsen. Wie hoch ist die Hypothek?
- d) Herr Schmidt kauft ein Auto zum Preis von 13.750 € und lässt diese Summe vom Autohändler finanzieren. In einem Jahr hat er 15.331,25 € gezahlt. Wie hoch war der Zinssatz?
- e) Julia spart für ein E-Bike. Sie hat bereits 1.610 € auf dem Sparkonto. Wie viel Zinsen erhält sie nach einem Jahr bei einem Zinssatz von 3,2 %?
- f) Maria hat 3.600 € auf ein Konto bei einer Verzinsung von 4,6 % angelegt. Wie viel Zinsen erhält sie nach 240 Tagen?

- g) Tanja bekam von ihrem Großvater ein Sparbuch geschenkt. Nach einem Jahr werden ihr 100,75 € Zinsen bei einem Zinssatz von 3,1 % gutgeschrieben. Wie viel war zu Beginn des Jahres auf dem Sparbuch?
- h) Martina legt 4.500 € bei einer Verzinsung von 6,3 % für 8 Monate an. Wie hoch sind die Zinsen?
- i) Für eine Spareinlage, die für 3,5 % verzinst wurde, fallen nach einem Jahr 647,50 € Zinsen an. Wie hoch war die Spareinlage?
- j) Für ein Darlehn von 33.000 € mussten bei einem Zinssatz von 8 % insgesamt 9.240 € an Zinsen gezahlt werden. Nach welcher Zeit wurde es abgelöst?

53. Löse die Textaufgaben zur Zinseszinsrechnung:

- a) Bei der Geburt der kleinen Emma wurden 5.000 € zu einem Zinssatz von 7,5 % fest angelegt. Das Geld soll Emma nach Vollendung des 18. Lebensjahrs mit Zinseszinsen ausgezahlt bekommen. Auf welchen Betrag kann sie sich freuen?
- b) Madlen möchte in 10 Jahren für den Kauf eines Autos 25.000 € zur Verfügung haben. Welchen Betrag muss sie jetzt anlegen, wenn die Bank einen Zinssatz von 5,13 % anbietet?
- c) Welchen Zinssatz müsste eine Bank anbieten, damit sich ein Kapital in 12 Jahren verdoppelt?
- d) Vor 12 Jahren hat Uwe 1.000 € angelegt. Nun löst er das Konto auf und erhält 1.808,21 € ausgezahlt. Wie hoch war der Zinssatz?
- e) Ein Guthaben von 1.100 € wurde fünf Jahre verzinst. Das Guthaben beträgt nach der Verzinsung 1.332,54 €. Wie hoch war der Zinssatz?
- f) Welchen Betrag muss man heute anlegen, um nach sieben Jahren über 18.000 € verfügen zu können, wenn der Zinssatz 4,21 % beträgt?
- g) Ein Kapital wurde 30 Jahre lang mit 5,7 % verzinst. Wie hoch war das Kapital, wenn es in dieser Zeit auf 25.200 € angewachsen ist?
- h) Michael kauft sich für 7.122,50 € ein gebrauchtes Wohnmobil, das in den letzten 4 Jahren jährlich 18 % an Wert verlor. Was hat das Wohnmobil vor 4 Jahren gekostet?
- i) Vor sechs Jahren wurde ein Kapital von 42.000 € angelegt. Das heutige Kapital beträgt 61.630,05 €. Mit wie viel Prozent wurde das Kapital verzinst?
- j) Tanjas Eltern benötigen einen Kredit von 60.000 € auf vier Jahre. Insgesamt bezahlen sie in den vier Jahren Zinsen im Wert von 14.894,72 €. Welchen Zinssatz verlangte die Bank?

5. Berechne die Zinsen Z:

$$\text{a) } Z = \frac{1.330,00 \text{ €} \cdot 6 \cdot 14}{100} = \frac{111.720,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 1.117,20 \text{ €}$$

$$\text{c) } Z = \frac{750,00 \text{ €} \cdot 6 \cdot 14}{100} = \frac{63.000,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 630,00 \text{ €}$$

$$\text{e) } Z = \frac{1.120,00 \text{ €} \cdot 7 \cdot 15}{100} = \frac{117.600,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 1.176,00 \text{ €}$$

$$\text{g) } Z = \frac{1.050,00 \text{ €} \cdot 3 \cdot 13}{100} = \frac{40.950,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 409,50 \text{ €}$$

$$\text{i) } Z = \frac{1.210,00 \text{ €} \cdot 2 \cdot 17}{100} = \frac{41.140,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 411,40 \text{ €}$$

$$\text{b) } Z = \frac{1.450,00 \text{ €} \cdot 2 \cdot 18}{100} = \frac{52.200,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 522,00 \text{ €}$$

$$\text{d) } Z = \frac{830,00 \text{ €} \cdot 9 \cdot 13}{100} = \frac{97.110,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 971,10 \text{ €}$$

$$\text{f) } Z = \frac{1.330,00 \text{ €} \cdot 4 \cdot 16}{100} = \frac{85.120,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 851,20 \text{ €}$$

$$\text{h) } Z = \frac{1.100,00 \text{ €} \cdot 5 \cdot 16}{100} = \frac{88.000,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 880,00 \text{ €}$$

$$\text{j) } Z = \frac{890,00 \text{ €} \cdot 8 \cdot 15}{100} = \frac{106.800,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 1.068,00 \text{ €}$$

6. Berechne die Zinsen Z:

$$\text{a) } Z = \frac{1.480,00 \text{ €} \cdot 4 \cdot 3,4}{100} = \frac{20.128,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 201,28 \text{ €}$$

$$\text{c) } Z = \frac{740,00 \text{ €} \cdot 9 \cdot 7,1}{100} = \frac{47.286,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 472,86 \text{ €}$$

$$\text{e) } Z = \frac{1.100,00 \text{ €} \cdot 7 \cdot 8,8}{100} = \frac{67.760,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 677,60 \text{ €}$$

$$\text{g) } Z = \frac{1.080,00 \text{ €} \cdot 4 \cdot 6,7}{100} = \frac{28.944,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 289,44 \text{ €}$$

$$\text{i) } Z = \frac{730,00 \text{ €} \cdot 4 \cdot 6,9}{100} = \frac{20.148,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 201,48 \text{ €}$$

$$\text{b) } Z = \frac{1.320,00 \text{ €} \cdot 2 \cdot 1,5}{100} = \frac{3.960,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 39,60 \text{ €}$$

$$\text{d) } Z = \frac{1.060,00 \text{ €} \cdot 9 \cdot 7,3}{100} = \frac{69.642,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 696,42 \text{ €}$$

$$\text{f) } Z = \frac{1.470,00 \text{ €} \cdot 2 \cdot 5,8}{100} = \frac{17.052,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 170,52 \text{ €}$$

$$\text{h) } Z = \frac{1.030,00 \text{ €} \cdot 5 \cdot 8,4}{100} = \frac{43.260,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 432,60 \text{ €}$$

$$\text{j) } Z = \frac{1.140,00 \text{ €} \cdot 9 \cdot 1,1}{100} = \frac{11.286,00 \text{ €}}{100}$$
$$Z = 112,86 \text{ €}$$

Lösungen zu „Die Berechnung des Kapitals“ (Seite 42)

7. Berechne das Kapital K:

$$\text{a) } K = \frac{1,40 \text{ €} \cdot 100}{7 \cdot 2} = \frac{140,00 \text{ €}}{14} = 10,00 \text{ €}$$

$$\text{c) } K = \frac{6,48 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 8} = \frac{648,00 \text{ €}}{72} = 9,00 \text{ €}$$

$$\text{e) } K = \frac{1,80 \text{ €} \cdot 100}{5 \cdot 3} = \frac{180,00 \text{ €}}{15} = 12,00 \text{ €}$$

$$\text{b) } K = \frac{6,37 \text{ €} \cdot 100}{7 \cdot 7} = \frac{637,00 \text{ €}}{49} = 13,00 \text{ €}$$

$$\text{d) } K = \frac{1,44 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 4} = \frac{144,00 \text{ €}}{16} = 9,00 \text{ €}$$

$$\text{f) } K = \frac{1,44 \text{ €} \cdot 100}{2 \cdot 9} = \frac{144,00 \text{ €}}{18} = 8,00 \text{ €}$$

$$g) K = \frac{2,94 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 7} = \frac{294,00 \text{ €}}{21} = 14,00 \text{ €}$$

$$i) K = \frac{4,32 \text{ €} \cdot 100}{6 \cdot 9} = \frac{432,00 \text{ €}}{54} = 8,00 \text{ €}$$

$$h) K = \frac{3,36 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 8} = \frac{336,00 \text{ €}}{24} = 14,00 \text{ €}$$

$$j) K = \frac{5,76 \text{ €} \cdot 100}{8 \cdot 6} = \frac{576,00 \text{ €}}{48} = 12,00 \text{ €}$$

8. Berechne das Kapital K:

$$a) K = \frac{3.070,20 \text{ €} \cdot 100}{7 \cdot 6} = \frac{307.020,00 \text{ €}}{42}$$

$$K = 7.310,00 \text{ €}$$

$$c) K = \frac{116,40 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 2} = \frac{11.640,00 \text{ €}}{6}$$

$$K = 1.940,00 \text{ €}$$

$$e) K = \frac{1.089,60 \text{ €} \cdot 100}{8 \cdot 3} = \frac{108.960,00 \text{ €}}{24}$$

$$K = 4.540,00 \text{ €}$$

$$g) K = \frac{995,20 \text{ €} \cdot 100}{2 \cdot 8} = \frac{99.520,00 \text{ €}}{16}$$

$$K = 6.220,00 \text{ €}$$

$$i) K = \frac{419,40 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 2} = \frac{41.940,00 \text{ €}}{18}$$

$$K = 2.330,00 \text{ €}$$

$$b) K = \frac{659,00 \text{ €} \cdot 100}{2 \cdot 5} = \frac{65.900 \text{ €}}{10}$$

$$K = 6.590 \text{ €}$$

$$d) K = \frac{344,00 \text{ €} \cdot 100}{5 \cdot 8} = \frac{34.400,00 \text{ €}}{40}$$

$$K = 860,00 \text{ €}$$

$$f) K = \frac{161,40 \text{ €} \cdot 100}{2 \cdot 3} = \frac{16.140,00 \text{ €}}{6}$$

$$K = 2.690,00 \text{ €}$$

$$h) K = \frac{139,20 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 2} = \frac{13.920,00 \text{ €}}{8}$$

$$K = 1.740,00 \text{ €}$$

$$j) K = \frac{1.075,20 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 6} = \frac{107.520,00 \text{ €}}{24}$$

$$K = 4.480,00 \text{ €}$$

9. Berechne das Kapital K:

$$a) K = \frac{41.760,00 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 9} = \frac{4.176.000,00 \text{ €}}{36}$$

$$K = 116.000,00 \text{ €}$$

$$c) K = \frac{17.720,00 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 5} = \frac{1.772.000 \text{ €}}{20}$$

$$K = 88.600 \text{ €}$$

$$e) K = \frac{6.224,00 \text{ €} \cdot 100}{4 \cdot 2} = \frac{622.400,00 \text{ €}}{8}$$

$$K = 77.800,00 \text{ €}$$

$$g) K = \frac{28.875,00 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 7} = \frac{2.887.500,00 \text{ €}}{21}$$

$$K = 137.500,00 \text{ €}$$

$$i) K = \frac{47.295,00 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 5} = \frac{4.729.500,00 \text{ €}}{45}$$

$$K = 105.100,00 \text{ €}$$

$$b) K = \frac{46.890,00 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 5} = \frac{4.689.000,00 \text{ €}}{45}$$

$$K = 104.200,00 \text{ €}$$

$$d) K = \frac{11.727,00 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 3} = \frac{1.172.700,00 \text{ €}}{9}$$

$$K = 130.300,00 \text{ €}$$

$$f) K = \frac{36.477,00 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 3} = \frac{3.647.700,00 \text{ €}}{27}$$

$$K = 135.100,00 \text{ €}$$

$$h) K = \frac{18.288,00 \text{ €} \cdot 100}{3 \cdot 8} = \frac{1.828.800,00 \text{ €}}{24}$$

$$K = 76.200,00 \text{ €}$$

$$j) K = \frac{88.011,00 \text{ €} \cdot 100}{9 \cdot 7} = \frac{8.801.100,00 \text{ €}}{63}$$

$$K = 139.700,00 \text{ €}$$

g) $K_n = 866.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^6 = 866.000,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,07)^6 = 866.000,00 \text{ €} \cdot (1,07)^6$
 $K_n = 866.000,00 \text{ €} \cdot 1,500730 = 1.299.632,49 \text{ €}$

h) $K_n = 870.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^9 = 870.000,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,02)^9 = 870.000,00 \text{ €} \cdot (1,02)^9$
 $K_n = 870.000,00 \text{ €} \cdot 1,195093 = 1.039.730,54 \text{ €}$

i) $K_n = 831.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 = 831.000,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,08)^2 = 831.000,00 \text{ €} \cdot (1,08)^2$
 $K_n = 831.000,00 \text{ €} \cdot 1,1664 = 969.278,40 \text{ €}$

j) $K_n = 727.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 = 727.000,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,05)^2 = 727.000,00 \text{ €} \cdot (1,05)^2$
 $K_n = 727.000,00 \text{ €} \cdot 1,1025 = 801.517,50 \text{ €}$

4.3. Berechne das Endkapital K_n :

a) $K_n = 2.300,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{6,9}{100}\right)^5 = 2.300,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,069)^5 = 2.300,00 \text{ €} \cdot (1,069)^5$
 $K_n = 2.300,00 \text{ €} \cdot 1,396010 = 3.210,82 \text{ €}$

b) $K_n = 3.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{5,4}{100}\right)^3 = 3.000,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,054)^3 = 3.000,00 \text{ €} \cdot (1,054)^3$
 $K_n = 3.000,00 \text{ €} \cdot 1,170905 = 3.512,72 \text{ €}$

c) $K_n = 7.300,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,6}{100}\right)^5 = 7.300,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,046)^5 = 7.300,00 \text{ €} \cdot (1,046)^5$
 $K_n = 7.300,00 \text{ €} \cdot 1,252156 = 9.140,74 \text{ €}$

d) $K_n = 6.300,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{8,3}{100}\right)^8 = 6.300,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,083)^8 = 6.300,00 \text{ €} \cdot (1,083)^8$
 $K_n = 6.300,00 \text{ €} \cdot 1,892464 = 11.922,52 \text{ €}$

e) $K_n = 1.100,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{6,6}{100}\right)^8 = 1.100,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,066)^8 = 1.100,00 \text{ €} \cdot (1,066)^8$
 $K_n = 1.100,00 \text{ €} \cdot 1,667468 = 1.834,22 \text{ €}$

f) $K_n = 4.500,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{9,0}{100}\right)^6 = 4.500,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,09)^6 = 4.500,00 \text{ €} \cdot (1,09)^6$
 $K_n = 4.500,00 \text{ €} \cdot 1,677100 = 7.546,95 \text{ €}$

g) $K_n = 5.600,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2,2}{100}\right)^3 = 5.600,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,022)^3 = 5.600,00 \text{ €} \cdot (1,022)^3$
 $K_n = 5.600,00 \text{ €} \cdot 1,067463 = 5.977,79 \text{ €}$

h) $K_n = 2.900,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{1,9}{100}\right)^2 = 2.900,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,019)^2 = 2.900,00 \text{ €} \cdot (1,019)^2$
 $K_n = 2.900,00 \text{ €} \cdot 1,038361 = 3.011,25 \text{ €}$

i) $K_n = 2.800,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{9,3}{100}\right)^5 = 2.800,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,093)^5 = 2.800,00 \text{ €} \cdot (1,093)^5$
 $K_n = 2.800,00 \text{ €} \cdot 1,559915 = 4.367,76 \text{ €}$

$$j) K_n = 4.600,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,1}{100}\right)^2 = 4.600,00 \text{ €} \cdot (1 + 0,041)^2 = 4.600,00 \text{ €} \cdot (1,041)^2$$

$$K_n = 4.600,00 \text{ €} \cdot 1,083681 = 4.984,93 \text{ €}$$

44. Berechne das Anfangskapital K_0 :

$$a) K_0 = \frac{6.955,64 \text{ €}}{\left(1 + \frac{3}{100}\right)^5} = \frac{6.955,64 \text{ €}}{(1 + 0,03)^5} = \frac{6.955,64 \text{ €}}{(1,03)^5} = \frac{6.955,64 \text{ €}}{1,159274} = 6.000,00 \text{ €}$$

$$b) K_0 = \frac{4.000,42 \text{ €}}{\left(1 + \frac{9}{100}\right)^5} = \frac{4.000,42 \text{ €}}{(1 + 0,09)^5} = \frac{4.000,42 \text{ €}}{(1,09)^5} = \frac{4.000,42 \text{ €}}{1,538624} = 2.600,00 \text{ €}$$

$$c) K_0 = \frac{6.547,51 \text{ €}}{\left(1 + \frac{2}{100}\right)^7} = \frac{6.547,51 \text{ €}}{(1 + 0,02)^7} = \frac{6.547,51 \text{ €}}{(1,02)^7} = \frac{6.547,51 \text{ €}}{1,148686} = 5.700,00 \text{ €}$$

$$d) K_0 = \frac{7.494,96 \text{ €}}{\left(1 + \frac{9}{100}\right)^7} = \frac{7.494,96 \text{ €}}{(1 + 0,09)^7} = \frac{7.494,96 \text{ €}}{(1,09)^7} = \frac{7.494,96 \text{ €}}{1,828039} = 4.100,00 \text{ €}$$

$$e) K_0 = \frac{2.584,93 \text{ €}}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^4} = \frac{2.584,93 \text{ €}}{(1 + 0,08)^4} = \frac{2.584,93 \text{ €}}{(1,08)^4} = \frac{2.584,93 \text{ €}}{1,360489} = 1.900,00 \text{ €}$$

$$f) K_0 = \frac{7.376,30 \text{ €}}{\left(1 + \frac{6}{100}\right)^6} = \frac{7.376,30 \text{ €}}{(1 + 0,06)^6} = \frac{7.376,30 \text{ €}}{(1,06)^6} = \frac{7.376,30 \text{ €}}{1,418519} = 5.200,00 \text{ €}$$

$$g) K_0 = \frac{3.801,92 \text{ €}}{\left(1 + \frac{9}{100}\right)^2} = \frac{3.801,92 \text{ €}}{(1 + 0,09)^2} = \frac{3.801,92 \text{ €}}{(1,09)^2} = \frac{3.801,92 \text{ €}}{1,1881} = 3.200,00 \text{ €}$$

$$h) K_0 = \frac{2.550,40 \text{ €}}{\left(1 + \frac{3}{100}\right)^5} = \frac{2.550,40 \text{ €}}{(1 + 0,030)^5} = \frac{2.550,40 \text{ €}}{(1,030)^5} = \frac{2.550,40 \text{ €}}{1,159274} = 2.200,00 \text{ €}$$

$$i) K_0 = \frac{3.107,24 \text{ €}}{\left(1 + \frac{2}{100}\right)^9} = \frac{3.107,24 \text{ €}}{(1 + 0,02)^9} = \frac{3.107,24 \text{ €}}{(1,02)^9} = \frac{3.107,24 \text{ €}}{1,195093} = 2.600,00 \text{ €}$$

$$j) K_0 = \frac{3.160,32 \text{ €}}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^4} = \frac{3.160,32 \text{ €}}{(1 + 0,05)^4} = \frac{3.160,32 \text{ €}}{(1,05)^4} = \frac{3.160,32 \text{ €}}{1,215506} = 2.600,00 \text{ €}$$

45. Berechne das Anfangskapital K_0 :

$$a) K_0 = \frac{71.460,42 \text{ €}}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10}} = \frac{71.460,42 \text{ €}}{(1 + 0,08)^{10}} = \frac{71.460,42 \text{ €}}{(1,08)^{10}} = \frac{71.460,42 \text{ €}}{2,158925} = 33.100,00 \text{ €}$$

$$b) K_0 = \frac{37.127,42 \text{ €}}{\left(1 + \frac{2}{100}\right)^4} = \frac{37.127,42 \text{ €}}{(1 + 0,02)^4} = \frac{37.127,42 \text{ €}}{(1,02)^4} = \frac{37.127,42 \text{ €}}{1,082432} = 34.300,00 \text{ €}$$

$$c) K_0 = \frac{26.387,53 \text{ €}}{\left(1 + \frac{2}{100}\right)^5} = \frac{26.387,53 \text{ €}}{(1+0,02)^5} = \frac{26.387,53 \text{ €}}{(1,02)^5} = \frac{26.387,53 \text{ €}}{1,104081} = 23.900,00 \text{ €}$$

$$d) K_0 = \frac{20.223,13 \text{ €}}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^7} = \frac{20.223,13 \text{ €}}{(1+0,08)^7} = \frac{20.223,13 \text{ €}}{(1,08)^7} = \frac{20.223,13 \text{ €}}{1,713824} = 11.800,00 \text{ €}$$

$$e) K_0 = \frac{54.626,58 \text{ €}}{\left(1 + \frac{7}{100}\right)^6} = \frac{54.626,58 \text{ €}}{(1+0,07)^6} = \frac{54.626,58 \text{ €}}{(1,07)^6} = \frac{54.626,58 \text{ €}}{1,500730} = 36.400,00 \text{ €}$$

$$f) K_0 = \frac{55.541,05 \text{ €}}{\left(1 + \frac{7}{100}\right)^5} = \frac{55.541,05 \text{ €}}{(1+0,07)^5} = \frac{55.541,05 \text{ €}}{(1,07)^5} = \frac{55.541,05 \text{ €}}{1,402552} = 39.600,00 \text{ €}$$

$$g) K_0 = \frac{69.626,96 \text{ €}}{\left(1 + \frac{3}{100}\right)^{11}} = \frac{69.626,96 \text{ €}}{(1+0,03)^{11}} = \frac{69.626,96 \text{ €}}{(1,03)^{11}} = \frac{69.626,96 \text{ €}}{1,384234} = 50.300,00 \text{ €}$$

$$h) K_0 = \frac{111.510,39 \text{ €}}{\left(1 + \frac{9}{100}\right)^7} = \frac{111.510,39 \text{ €}}{(1+0,09)^7} = \frac{111.510,39 \text{ €}}{(1,09)^7} = \frac{111.510,39 \text{ €}}{1,828039} = 61.000,00 \text{ €}$$

$$i) K_0 = \frac{64.843,56 \text{ €}}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)^9} = \frac{64.843,56 \text{ €}}{(1+0,10)^9} = \frac{64.843,56 \text{ €}}{(1,10)^9} = \frac{64.843,56 \text{ €}}{2,357948} = 27.500,00 \text{ €}$$

$$j) K_0 = \frac{18.613,30 \text{ €}}{\left(1 + \frac{7}{100}\right)^4} = \frac{18.613,30 \text{ €}}{(1+0,07)^4} = \frac{18.613,30 \text{ €}}{(1,07)^4} = \frac{18.613,30 \text{ €}}{1,310796} = 14.200,00 \text{ €}$$

46. Berechne das Anfangskapital K_0 :

$$a) K_0 = \frac{61.921,92 \text{ €}}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^{24}} = \frac{61.921,92 \text{ €}}{(1+0,05)^{24}} = \frac{61.921,92 \text{ €}}{(1,05)^{24}} = \frac{61.921,92 \text{ €}}{3,225100} = 19.200,00 \text{ €}$$

$$b) K_0 = \frac{169.794,31 \text{ €}}{\left(1 + \frac{9}{100}\right)^{22}} = \frac{169.794,31 \text{ €}}{(1+0,09)^{22}} = \frac{169.794,31 \text{ €}}{(1,09)^{22}} = \frac{169.794,31 \text{ €}}{6,658600} = 25.500,00 \text{ €}$$

$$c) K_0 = \frac{54.481,17 \text{ €}}{\left(1 + \frac{6}{100}\right)^{11}} = \frac{54.481,17 \text{ €}}{(1+0,06)^{11}} = \frac{54.481,17 \text{ €}}{(1,06)^{11}} = \frac{54.481,17 \text{ €}}{1,898299} = 28.700,00 \text{ €}$$

$$d) K_0 = \frac{25.400,99 \text{ €}}{\left(1 + \frac{4}{100}\right)^{11}} = \frac{25.400,99 \text{ €}}{(1+0,04)^{11}} = \frac{25.400,99 \text{ €}}{(1,04)^{11}} = \frac{25.400,99 \text{ €}}{1,539454} = 16.500,00 \text{ €}$$

$$e) K_0 = \frac{131.905,09 \text{ €}}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^{20}} = \frac{131.905,09 \text{ €}}{(1+0,08)^{20}} = \frac{131.905,09 \text{ €}}{(1,08)^{20}} = \frac{131.905,09 \text{ €}}{4,660957} = 28.300,00 \text{ €}$$

$$f) K_0 = \frac{42.824,28 \text{ €}}{\left(1 + \frac{8}{100}\right)^{15}} = \frac{42.824,28 \text{ €}}{(1+0,08)^{15}} = \frac{42.824,28 \text{ €}}{(1,08)^{15}} = \frac{42.824,28 \text{ €}}{3,172169} = 13.500,00 \text{ €}$$



Stichwortverzeichnis

A...

Anfangskapital	26, 31
- berechnen	33
Aufzinsungsfaktor	28

B...

Bankjahr	23
----------------	----

E...

Endkapital	28
- berechnen	29
Endwertfaktor	28

F...

Formel	
- Anfangskapital	32
- Endkapital	28
- Kapital	12
- Zeitdauer	15
- Zinsen	9
- Zinssatz (Zinseszins- rechnung)	36
- Zinssatz (Zinsrechnung)	18

G...

Gläubiger	5
-----------------	---

J...

Jahre	16
-------------	----

K...

Kapital	4, 8, 11, 26
- berechnen	13
Kapitalgeber	5
Kapitalnehmer	5
Kip-Formel	9

L...

Lösungen	57
----------------	----

M...

Monatszins	20
- berechnen	21
- umgestellt	22, 25

P...

Potenz	27
--------------	----

S...

Schuldner	5
-----------------	---

T...

Tageszins	23
- berechnen	24
Textaufgaben	55

U...

Übungsaufgaben	40
----------------------	----

W...

Wurzelziehen	35
--------------------	----

Z...

Zeitdauer	8, 14, 27
- berechnen (Zinsrechnung) .	15
Zinsen	5, 8
- berechnen (Zinseszins- rechnung)	30
- berechnen (Zinsrechnung) .	10
Zinseszins	26
Zinseszinsformel umstellen	31, 34
Zinseszinstabelle	38
Zinsfaktor	27
Zinsformel	8
Zinsformel umstellen	11, 14, 17
Zinsrechnung	7
Zinssatz	8, 17, 27, 34
- berechnen (Zinseszins- rechnung)	36
- berechnen (Zinsrechnung) .	18

über die website

Unter dem Motto „leichter Mathe lernen in der Community!“ bietet dir das kostenlose Webportal [mathetreff-online.de](https://www.mathetreff-online.de) bei deinem Besuch viele Infos rund um das Thema Mathematik an. Die Inhalte sind hauptsächlich für Grund-, Haupt- und Realschüler optimiert, können aber auch für andere Schularten verwendet werden.

Die Website ist in drei große Bereiche unterteilt:

- Im Bereich **Wissen** findest du unser Mathelexikon. Damit angefangen, eine „normale“ Formelsammlung für die eigene Realschule mit entsprechenden Beispielen bereitzustellen, finden sich heute über 760 Einträge von A wie Abbildungsmaßstab bis hin zu Z wie Zylinder. Als Ergänzung und „Mathelexikon2go“ findest du hier auch unser umfangreiches Karteikartensystem zum Basteln.
- Im Bereich **Action** findest du Übungsaufgaben zu verschiedenen Themen zum Rechnen, aber auch Konstruktionen (natürlich mit entsprechender ausführlicher Lösung). Außerdem sind viele interaktive Lektionen verfügbar, die du direkt am Computer „durcharbeiten“ kannst.
- In der Rubrik **Fun** gibt es viel Spaß. Hier findest du viele Matherätsel sowie Mathewitze, Quiz und online abrufbare Spiele sowie unzählige Bastelbögen, mit denen du allerlei mathematische Körper basteln kannst.

Grundsätzlich lässt sich die Website ohne Registrierung nutzen. Damit du selbst jedoch Forenbeiträge oder Kommentare schreiben kannst, ist eine kostenlose Registrierung erforderlich.

Wir freuen uns auf deinen Besuch unter [https://www.mathetreff-online.de!](https://www.mathetreff-online.de)



Einfach nebenstehenden QR-Code scannen und hinsurfen! Ich freue mich auf dich!

