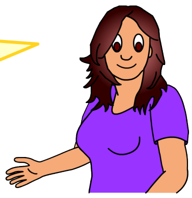
Die gezeigten Lösungen sind nur eine Variante – du kannst die Aufgaben auch anders lösen. Wichtig ist dabei nur, dass dein Ergebnis am Ende dem unserer Lösung entspricht. Dezimalstellen sind auf 1 Stelle gerundet.



Pflichtbereich

Pflichtbereich Aufgabe 1 (2 Punkte):

Gegeben ist ein Kegel mit: $\alpha = 60°$ und h = 11 cm.

Wie groß ist der Durchmesser einer Walze, deren Volumen und Höhe mit dem Kegel identisch sind?

→ *Um den Durchmesser der Walze zu berechnen, benötigst du das Volumen der Walze, da dieses identisch mit dem Kegel ist. Für das Kegelvolumen benötigst du den Radius des Kegels, den du mittels Tangens berechnen kannst. Anschließend berechnest du das Volumen des Kegels aus. Da die Höhe des Zylinders gleich der Höhe des Kegels ist, kannst du über die Volumenformel des Zylinders dessen Radius und somit den Durchmesser bestimmen.*

Berechnung des Kegelradius r_K:

$$\tan\alpha = \frac{h}{r} \qquad | \cdot r_K$$

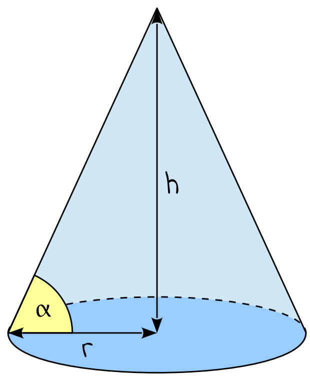
$$\tan\alpha \cdot r_K = \frac{h}{\cancel{r}} \cdot \cancel{r} \qquad | : \tan\alpha$$

$$\frac{\cancel{\tan\alpha} \cdot r_K}{\cancel{\tan\alpha}} = \frac{h}{\tan\alpha}$$

$$r_K = \frac{11\text{ cm}}{\tan 60°}$$

$$r_K = 6{,}4\text{ cm}$$

Skizze



Berechnung des Kegelvolumens V_{Kegel}:

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_K^2 \cdot h$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6{,}4\text{ cm})^2 \cdot 11\text{ cm}$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 40{,}96\text{ cm}^2 \cdot 11\text{ cm}$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 450{,}56\text{ cm}^3$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot 1.415{,}5\text{ cm}^3$$

$$V_{Kegel} = 471{,}8\text{ cm}^3$$

Berechnung des Walzendurchmesser r_W:

$V_{Walze} = V_{Kegel} = 471{,}8\ cm^3$

$V_{Walze} = 2 \cdot \pi \cdot r_W^2 \cdot h \qquad | : 2$

$\frac{V_{Walze}}{2} = \cancel{2 : 2} \cdot \pi \cdot r_W^2 \cdot h \qquad | : \pi$

$\frac{V_{Walze}}{2 \cdot \pi} = \cancel{\pi : \pi} \cdot r_W^2 \cdot h \qquad | : h$

$\frac{V_{Walze}}{2 \cdot \pi \cdot h} = r_W^2 \cdot \cancel{h : h} \qquad | \sqrt{}$

$r_W = \sqrt{\frac{V_{Walze}}{2 \cdot \pi \cdot h}}$

$r_W = \sqrt{\frac{471{,}8\ cm^3}{2 \cdot \pi \cdot 11\ cm}}$

$r_W = \sqrt{\frac{471{,}8\ cm^3}{69{,}1\ cm}}$

$r_W = \sqrt{6{,}8\ cm^2}$

$r_W = 2{,}6\ cm$

Berechnung des Durchmessers d_W:

$d_W = 2 \cdot r_K$

$d_W = 2 \cdot 2{,}6\ cm$

$d_W =$ ***5,2 cm***

Pflichtbereich Aufgabe 2 (2 Punkte):

Ein massiver Kegel mit einem Durchmesser d = 30,0 cm und einer Höhe h = 20,0 cm wird durch einen Schnitt entlang der Höhe halbiert.

Berechne die Oberfläche einer der Kegelhälften.

→ *Die Oberfläche setzt sich aus der Hälfte der Kegeloberfläche und der dreieckförmigen Schnittfläche zusammen. Um die Oberfläche des Kegels zu berechnen, benötigst du zunächst den Radius, den du aus dem Durchmesser berechnen kannst und die Seitenkante s, die du über den Pythagoras berechnen kannst.*

Berechnung des Radius r:

$r = \frac{d}{2}$

$r = \frac{30{,}0\ cm}{2}$

$r = 15{,}0\ cm$

Berechnung der Seitenkante s:

$s^2 = h^2 + r^2$

$s^2 = (20{,}0\text{ cm})^2 + (15{,}0\text{ cm})^2$

$s^2 = 400{,}0\text{ cm}^2 + 225{,}0\text{ cm}^2$

$s^2 = 625{,}0\text{ cm}^2 \qquad | \sqrt{}$

$s = \sqrt{625{,}0\text{ cm}^2}$

$s = 25{,}0\text{ cm}$

Berechnung der Oberfläche O:

$O = \frac{1}{2} \cdot O_{Kegel} + A_{Dreieck}$

$O = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r \cdot (r + s) + (\frac{1}{2} \cdot d \cdot h)$

$O = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 15{,}0\text{ cm} \cdot (15{,}0\text{ cm} + 25{,}0\text{ cm}) + (\frac{1}{2} \cdot 30{,}0\text{ cm} \cdot 20{,}0\text{ cm})$

$O = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 15{,}0\text{ cm} \cdot 40{,}0\text{ cm} + (\frac{1}{2} \cdot 600{,}0\text{ cm}^2)$

$O = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 600{,}0\text{ cm}^2 + 300{,}0\text{ cm}^2$

$O = \frac{1}{2} \cdot 1885{,}0\text{ cm}^2 + 300{,}0\text{ cm}^2$

$O = 942{,}5\text{ cm}^2 + 300{,}0\text{ cm}^2$

$O = \boldsymbol{1.242{,}5\text{ cm}^2}$

Pflichtbereich Aufgabe 3 (2 Punkte):

Löse das Gleichungssystem:

$y = -\frac{2}{3}x + 5$

$2(3y + x) + 21 = 3(2x + y)$

→ *Berechne beide Gleichungen, so dass du die y-Variable gleichsetzen und die x-Variable ausrechnen kannst. Diese setzt du dann in die zweite Gleichung ein und berechnest die x-Variable.*

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $2(3y + x) + 21 = 3(2x + y)$

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $6y + 2x + 21 = 6x + 3y \qquad | -2x$

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $6y \cancel{+ 2x - 2x} + 21 = 6x - 2x + 3y$

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $6y + 21 = 6x - 2x + 3y \qquad | -3y$

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $6y - 3y + 21 = 6x - 2x \cancel{+ 3y - 3y}$

(I) $y = -\frac{2}{3}x + 5$

(II) $3y + 21 = 4x$

(I) in (II)

$3y + 21 = 4x \qquad | y = -\frac{2}{3}x + 5$

$3(-\frac{2}{3}x + 5) + 21 = 4x$

$-2x + 15 + 21 = 4x$

$-2x + 36 = 4x \qquad | +2x$

$\cancel{-2x + 2x} + 36 = 4x + 2x$

$36 = 6x \qquad | :6$

$36 : 6 = 6x : 6$

$x = 6$

x in (I)

$y = -\frac{2}{3}x + 5 \qquad | x = 6$

$y = -\frac{2}{3} \cdot 6 + 5$

$y = -4 + 5$

$y = 1$

$\mathbb{L} = \{x = 6;\ y = 1\}$

Pflichtbereich Aufgabe 4 (2 Punkte):

Die Gerade g verläuft durch die Punkte P_1 (10|– 8) und P_2 (0|8).

a) Ermittle rechnerisch die Gleichung der Geraden.

→ *Berechne zuerst den m-Wert aus, in dem du beide Koordinaten einsetzt. Den b-Wert kannst du aus dem Punkt P2 ablesen, da dieser die y-Achse schneidet.*

Berechnung von m:

$m = \frac{y_{P2} - y_{P1}}{x_{P2} - x_{P1}}$ | P_1 (10|– 8) → x_{P1} = 10; y_{P1} = – 8

$m = \frac{y_{P2} - (-8)}{x_{P2} - (10)}$ | P_2 (0|8) → x_{P2} = 0; y_{P2} = 8

$m = \frac{8 - (-8)}{0 - (10)}$

$m = \frac{8 + (+8)}{0 + (-10)}$

$m = \frac{8 + 8}{0 - 10}$

$m = \frac{16}{-10}$

$m = -1{,}6$

Berechnung der Funktionsgleichung:

$y = mx + b$ | aus Schnittpunkt mit der y-Achse P_2 (0|8) folgt: b = 8

$y = mx + 8$

$y = -1{,}6x + 8$

b) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes mit der x-Achse.

→ *Den Schnittpunkt mit der x-Achse berechnest du, indem du den y-Wert 0 in die Geradengleichung einsetzt.*

Berechnung Schnittpunkt mit der x-Achse:

$y = -1{,}6x + 8$ | y = 0

$0 = -1{,}6x + 8$ | + 1,6x

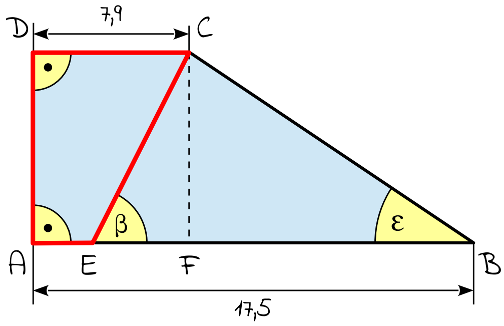
$0 + 1{,}6x = \cancel{-1{,}6x + 1{,}6x} + 8$ | : 1,6

$1{,}6x : 1{,}6 = 8 : 1{,}6$

$x = 5$

→ N (5|0)

Pflichtbereich Aufgabe 5 (2,5 Punkte):



Vom Trapez ABCD sind gegeben:

$\overline{AB} = 17{,}5 \text{ cm}$

$\overline{CD} = 7{,}9 \text{ cm}$

$\beta = 41{,}2°$

$\varepsilon = 61{,}4°$

Berechne den Flächeninhalt des Vierecks AECD.

→ *Um den Flächeninhalt des rechtwinkligen Trapez AECD bestimmen zu können, benötigst du noch die Länge $\overline{AE}$ und $\overline{AD}$. Setzte den Hilfspunkt F, der senkrecht zu Punkt C steht. Die Länge $\overline{BF}$ erhältst du, wenn du $\overline{CD}$ von $\overline{AB}$ abziehst. Über Tangens β kannst du die Länge $\overline{CF}$ berechnen und hast damit die Länge $\overline{AD}$. Über Tangens ε kannst du die Länge $\overline{EF}$ berechnen Die Länge $\overline{AE}$ ist $\overline{AB}$ abzüglich $\overline{BF}$ und $\overline{EF}$. Anschließend kannst du Oberfläche des Trapez AECD berechnen.*

Berechnung der Länge $\overline{BF}$:

$\overline{BF} = \overline{AB} - \overline{CD}$

$\overline{BF} = 17{,}5 \text{ cm} - 7{,}9 \text{ cm}$

$\overline{BF} = 9{,}6 \text{ cm}$

Berechnung der Länge $\overline{CF}$:

$\overline{CF} = \tan \beta \cdot \overline{BF}$

$\overline{CF} = \tan 41{,}2° \cdot 9{,}6 \text{ cm}$

$\overline{CF} = 8{,}4 \text{ cm}$

$\rightarrow \overline{AD} = 8{,}4 \text{ cm}$

Berechnung der Länge $\overline{EF}$:

$\overline{EF} = \dfrac{\overline{CF}}{\tan \epsilon}$

$\overline{EF} = \dfrac{8{,}4 \text{ cm}}{\tan 61{,}4°}$

$\overline{EF} = 4{,}6 \text{ cm}$

Berechnung der Länge $\overline{AE}$:

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BF} - \overline{EF}$

$\overline{AE} = 17{,}5 \text{ cm} - 9{,}6 \text{ cm} - 4{,}6 \text{ cm}$

$\overline{AE} = 3{,}3 \text{ cm}$

Berechnung der Flächeninhalts des Vierecks AECD:

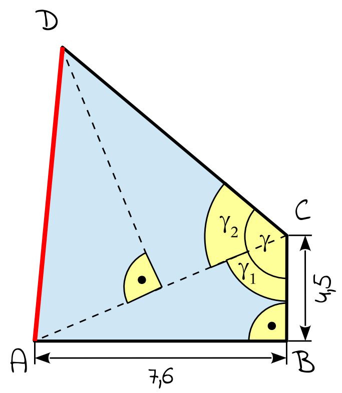
$A_{AECD} = \frac{\overline{AE} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{AD}$

$A_{AECD} = \frac{3{,}3 \text{ cm} + 7{,}9 \text{ cm}}{2} \cdot 8{,}4 \text{ cm}$

$A_{AECD} = \frac{11{,}2 \text{ cm}}{2} \cdot 8{,}4 \text{ cm}$

$A_{AECD} = 5{,}6 \text{ cm} \cdot 8{,}4 \text{ cm}$

$A_{AECD} = \mathbf{47{,}0 \text{ cm}^2}$



Pflichtbereich Aufgabe 6 (2 Punkte):

In der Figur ABCD sind bekannt:

$\overline{AB} = 7{,}6$ cm

$\overline{BC} = 4{,}5$ cm

$\overline{AD} = \overline{CD}$

$\gamma = 117°$

Berechne die Länge $\overline{AD}$.

→ *Das Dreieck ACD ist ein gleichschenkliges Dreieck ($\overline{AD} = \overline{CD}$). Über den Tangens kannst du den Winkel γ_1 berechnen, den du anschließend von γ abziehst und γ_2 erhältst. Über den Pythagoras bestimmst du die Länge $\overline{AC}$. Über Tangens γ_2 kannst du schließlich die Länge $\overline{AD}$ berechnen.*

Berechnung des Winkels γ_1:

$\tan \gamma_1 = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

$\tan \gamma_1 = \frac{7{,}6 \text{ cm}}{4{,}5 \text{ cm}}$

$\gamma_1 = 59{,}4°$

Berechnung des Winkels γ_2:

$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1$

$\gamma_2 = 117{,}0° - 59{,}4°$

$\gamma_2 = 57{,}6°$

Berechnung der Länge $\overline{AC}$:

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \quad | \sqrt{}$

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2}$

$\overline{AC} = \sqrt{(7{,}6 \text{ cm})^2 + (4{,}5 \text{ cm})^2}$

$\overline{AC} = \sqrt{57{,}76\ cm^2 + 20{,}25\ cm^2}$

$\overline{AC} = \sqrt{78{,}01\ cm^2}$

$\overline{AC} = 8{,}8\ cm$

Berechnung der Länge $\overline{AD}$:

$$\overline{AD} = \frac{\frac{\overline{AC}}{2}}{\cos \gamma_2}$$

$$\overline{AD} = \frac{\frac{8{,}8\ cm}{2}}{\cos 57{,}6°}$$

$$\overline{AD} = \frac{4{,}4\ cm}{\cos 57{,}6°}$$

$\overline{AD} = \mathbf{8{,}2\ cm}$

Pflichtbereich Aufgabe 7 (2,5 Punkte):

Eine Bürgermeisterwahl brachte folgendes Ergebnis:

Kandidat 1: 29.842 Stimmen

Kandidat 2: 32.475 Stimmen

Kandidat 3: 57.329 Stimmen

ungültige Stimmen: 754

Wahlbeteiligung: 69,6 % der Wahlberechtigten

a) Wie viele Bürger waren wahlberechtigt?

→ *Berechne zuerst die Anzahl der abgegebenen Stimmen. Anschließend kannst du über die Prozentformel die Wahlberechtigten bestimmen.*

Berechnung der Anzahl der abgegebenen Stimmen G:

$G = \text{Stimmen}_{\text{Kandidat 1}} + \text{Stimmen}_{\text{Kandidat 2}} + \text{Stimmen}_{\text{Kandidat 3}} + \text{Stimmen}_{\text{ungültig}}$

G = 29.842 Stimmen + 32.475 Stimmen + 57.329 Stimmen + 754 Stimmen

G = 120.400 Stimmen → G = 120.400 Bürger

Anzahl der Wahlberechtigten:

$$G = \frac{P}{p\,\%} \cdot 100$$

$$G = \frac{120.400\ \text{Bürger}}{69{,}6\,\%} \cdot 100$$

G = ***172.989 Bürger***

b) Wie viel Prozent der Bürger haben Kandidat 3 gewählt?

→ *Berechne anschließend mittels Prozentrechnung den prozentualen Stimmanteil von Kandidat 3.*

Berechnung des prozentualen Stimmanteil Kandidat 3:

$$p\% = \frac{P}{G} \cdot 100$$

$$p\% = \frac{57.329 \text{ Stimmen}}{120.400 \text{ Stimmen}} \cdot 100$$

$$p\% = 0{,}467 \cdot 100$$

$$p\% = \mathbf{47{,}6\ \%}$$

Pflichtbereich Aufgabe 8 (2 Punkte):

Julia legt bei ihrer Bank am Anfang des Jahres 1.800,00 € zu 2,25 % Zinsen an.

Am Ende des Jahres hebt sie einen bestimmten Betrag ab.

Am Ende des nächsten Jahres verfügt sie einschließlich der Zinsen noch über 1.472,91 €.

Welchen Betrag hat Julia abgehoben?

→ *Berechne zuerst den Kontostand am Ende des ersten Jahres. Anschließend bestimmst du den Kontostand nach dem Abheben, aber noch ohne Zinsen zu Beginn des 2. Jahres, indem du die Zinsen herausrechnest. Die Differenz zwischen Kontostand am Ende des 1. Jahres und dem Kapital am Anfang des 2. Jahres ist der abgehobene Betrag.*

Berechnung Kontostand Ende 1. Jahr:

$$K_{\text{Ende 1. Jahr}} = K_0 \cdot (1 + \frac{p\,\%}{100})$$

$$K_{\text{Ende 1. Jahr}} = 1.800{,}00\ € \cdot (1 + \frac{2{,}25\%}{100})$$

$$K_{\text{Ende 1. Jahr}} = 1.800{,}00\ € \cdot (1 + 0{,}0225)$$

$$K_{\text{Ende 1. Jahr}} = 1.800{,}00\ € \cdot 1{,}0225$$

$$K_{\text{Ende 1. Jahr}} = 1.840{,}50\ €$$

Berechnung Kontostand nach Abheben ohne Zinsen Anfang 2. Jahr:

$$K_{\text{Anfang 2. Jahr}} = K_{\text{Ende 2. Jahr}} : (1 + \frac{p\,\%}{100})$$

$$K_{\text{Anfang 2. Jahr}} = 1.472{,}91\ € : (1 + \frac{2{,}25\%}{100})$$

$$K_{\text{Anfang 2. Jahr}} = 1.472{,}91\ € : (1 + 0{,}0225)$$

$$K_{\text{Anfang 2. Jahr}} = 1.472{,}91\ € : 1{,}0225$$

$$K_{\text{Anfang 2. Jahr}} = 1.440{,}50\ €$$

Berechnung der Abhebung:

Abhebung = $K_{\text{Ende 1. Jahr}} - K_{\text{Anfang 2. Jahr}}$

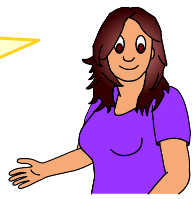
Abhebung = 1.840,50 € – 1.440,50 €

Abhebung = **400 €**

Fach Mathematik - Wahlbereich

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie Parabelschablone und Zeichengeräte.

Hinweis:
Im Wahlbereich musst du zwei von drei Aufgaben bearbeiten. Hier kannst du maximal 16 Punkte erreichen.



Wahlbereich Aufgabe 1 (4,5 Punkte + 3,5 Punkte):

a) Von der Figur ABCDE sind gegeben:

$\overline{BC}$ = 9,3 cm

$\overline{DE}$ = 4,1 cm

$\overline{AE}$ = 8,6 cm

α = 50°

Berechne den Flächeninhalt der Figur.

→ *Für den Flächeninhalt zerlegst du die Figur in zwei Dreiecke und ein Rechteck. Über Tangens α‘ kannst du die Länge $\overline{BF}$ berechnen und somit den Flächeninhalt des großen Dreiecks bestimmen. Über Tangens α kannst du die Länge $\overline{AG}$ berechnen, die du anschließend von der Lange AE abziehst und die Länge $\overline{EG}$ erhältst. Somit kannst du den Flächeninhalt des Rechtecks und des kleinen Dreiecks bestimmen. Addiere zum Schluss alle Flächeninhalte.*

Berechnung der Strecke $\overline{BF}$:

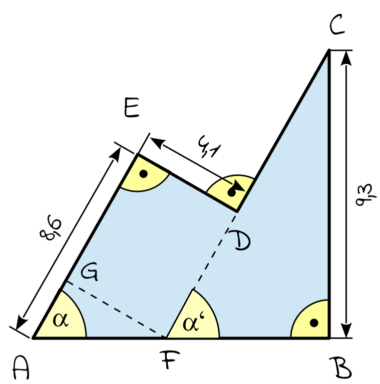
$\tan\alpha' = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \qquad | \cdot \overline{BF}$

$\tan\alpha' \cdot \overline{BF} = \frac{\overline{BC} \cdot \cancel{\overline{BF}}}{\cancel{\overline{BF}}} \qquad | : \tan\alpha'$

$\frac{\cancel{\tan\alpha'} \cdot \overline{BF}}{\cancel{\tan\alpha'}} = \frac{\overline{BC}}{\tan\alpha'}$

$\overline{BF} = \frac{9{,}3\text{ cm}}{\tan 50°}$

$\overline{BF}$ = 7,8 cm



Berechnung der Strecke $\overline{AG}$:

$\tan\alpha = \dfrac{\overline{FG} = \overline{DE}}{\overline{AG}} \qquad | \cdot \overline{AG}$

$\tan\alpha \cdot \overline{AG} = \dfrac{\overline{FG} \cdot \cancel{\overline{AG}}}{\cancel{\overline{AG}}} \qquad | : \tan\alpha$

$\cancel{\tan\alpha : \tan\alpha} \cdot \overline{AG} = \dfrac{\overline{FG}}{\tan\alpha}$

$\overline{AG} = \dfrac{4{,}1\text{ cm}}{\tan 50^\circ}$

$\overline{AG} = 3{,}4\text{ cm}$

Berechnung der Strecke $\overline{EG}$:

$\overline{EG} = \overline{AE} - \overline{AG}$

$\overline{EG} = 8{,}6\text{ cm} - 3{,}4\text{ cm}$

$\overline{EG} = 5{,}2\text{ cm}$

Berechnung des Flächeninhaltes der Figur ABCDE:

$A_{ABCDE} = A_{Dreieck\ FBC} + A_{Rechteck\ FDEG} + A_{Dreieck\ AFG}$

$A_{ABCDE} = (\frac{1}{2} \cdot \overline{BF} \cdot \overline{BC}) + (\overline{DE} \cdot \overline{EG}) + (\frac{1}{2} \cdot \overline{AG} \cdot \overline{GF})$

$A_{ABCDE} = (\frac{1}{2} \cdot 7{,}8\text{ cm} \cdot 9{,}3\text{ cm}) + (4{,}1\text{ cm} \cdot 5{,}2\text{ cm}) + (\frac{1}{2} \cdot 3{,}4\text{ cm} \cdot 4{,}1\text{ cm})$

$A_{ABCDE} = 36{,}3\text{ cm}^2 + 21{,}3\text{ cm}^2 + 7{,}0\text{ cm}^2$

$A_{ABCDE} = \mathbf{64{,}6\text{ cm}^2}$

b) Gegeben ist das Viereck ABCD. Es gilt:

$\overline{AD} = 12{,}4\text{ cm}$

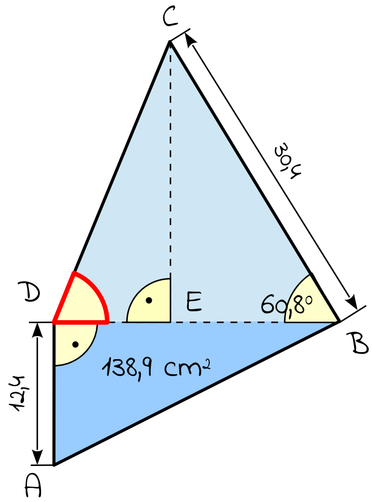
$A_{ABD} = 138{,}9\text{ cm}^2$

$\overline{BC} = 30{,}4\text{ cm}$

Winkel CBD = 60,8°

Berechne den Winkel BDC.

→ *Berechne über den Tangens CBD die Länge $\overline{BE}$. Über den Pythagoras erhältst du die Länge $\overline{CE}$. Über den Flächeninhalt kannst du dir die Länge $\overline{BD}$ ausrechnen und anschließend die Länge $\overline{DE}$ bestimmen. Zum Schluss berechnest du mittels Tangens den Winkels BDC.*



Berechnung der Länge $\overline{BE}$:

$\cos \sphericalangle CBD = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$

$\cos \sphericalangle CBD \cdot \overline{BC} = \frac{\overline{BE} \cdot \cancel{\overline{BC}}}{\cancel{\overline{BC}}}$

$\overline{BE} = \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBD$

$\overline{BE} = 30{,}4\ \text{cm} \cdot \cos 60{,}8°$

$\overline{BE} = 14{,}8\ \text{cm}$

Berechnung der Länge $\overline{CE}$:

$\overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CE}^2 \quad | - \overline{CE}^2$

$\overline{BC}^2 - \overline{CE}^2 = \overline{BE}^2 \cancel{+ \overline{CE}^2 - \overline{CE}^2}$

$\overline{CE}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BE}^2$

$\overline{CE}^2 = (30{,}4\ \text{cm})^2 - (14{,}8\ \text{cm})^2$

$\overline{CE}^2 = 924{,}16\ \text{cm}^2 - 219{,}04\ \text{cm}^2$

$\overline{CE}^2 = 705{,}12\ \text{cm}^2 \quad | \sqrt{}$

$\sqrt{\overline{CE}^2} = \sqrt{705{,}12\ \text{cm}^2}$

$\overline{CE} = 26{,}6\ \text{cm}$

Berechnung der Länge $\overline{BD}$:

$A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \quad | \cdot 2$

$2 \cdot A_{ABD} = \cancel{\frac{1}{2} \cdot 2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \quad | : \overline{AD}$

$\frac{2 \cdot A_{ABD}}{\overline{AD}} = \frac{\cancel{\overline{AD}} \cdot \overline{BD}}{\cancel{\overline{AD}}}$

$\overline{BD} = \frac{2 \cdot 138{,}9\ \text{cm}^2}{12{,}4\ \text{cm}}$

$\overline{BD} = \frac{277{,}8\ \text{cm}^{\cancel{2}}}{12{,}4\ \cancel{\text{cm}}}$

$\overline{BD} = 22{,}4\ \text{cm}$

Berechnung der Länge $\overline{DE}$:

$\overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE}$

$\overline{DE} = 22{,}4\ \text{cm} - 14{,}8\ \text{cm}$

$\overline{DE} = 7{,}6\ \text{cm}$

Berechnung des Winkels BDC:

$$\tan \sphericalangle BDC = \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}$$

$$\tan \sphericalangle BDC = \frac{26{,}6\text{ cm}}{7{,}6\text{ cm}}$$

$\sphericalangle BDC =$ ***74,1°***

Wahlbereich Aufgabe 2 (5 Punkte + 3 Punkte):

a) Aus einem Kegelstumpf wurde eine Halbkugel herausgearbeitet.

Für den Restkörper gilt:

$O = 1.000\text{ cm}^2$

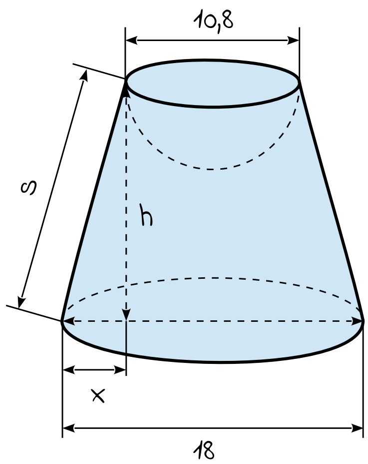
$d_1 = 18{,}0\text{ cm}$

$d_2 = 10{,}8\text{ cm}$

Berechne das Volumen des Restkörpers.

→ *Berechne zuerst das Volumen der Halbkugel. Berechne anschließend die beiden Radien und deren Differenz x. Bestimme über die Oberflächenformel des Kegelstumpfes die Länge der Seitenkante s. Über den Pythagoras erhältst du die Höhe des Kegelstumpfes. Berechne das Volumen des Kegelstumpfes und ziehe das Volumen der Halbkugel anschließend ab.*

Berechnung des Volumens der Halbkugel $V_{Halbkugel}$:



$$V_{Halbkugel} = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot d_2^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot (10{,}8\text{ cm})^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot 1.259{,}7\text{ cm}^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{1}{12} \cdot 3.957{,}5\text{ cm}^3$$

$$V_{Halbkugel} = 329{,}8\text{ cm}^3$$

Berechnung von Radius r_1:

$$r_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$r_1 = \frac{18\text{ cm}}{2}$$

$$r_1 = 9\text{ cm}$$

Berechnung von Radius r_2:

$r_2 = \frac{d_2}{2}$

$r_2 = \frac{10{,}8\ cm}{2}$

$r_2 = 5{,}4\ cm$

Berechnung von der Differenz beider Radien x:

$x = r_1 - r_2$

$x = 9\ cm - 5{,}4\ cm$

$x = 3{,}6\ cm$

Berechnung der Seite s des Kegelstumpfes s:

$O_{Kegelstumpf} = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$

$1.000\ cm^2 = \pi \cdot (9\ cm)^2 + \pi \cdot (5{,}4\ cm)^2 + \pi \cdot s \cdot (9\ cm + 5{,}4\ cm)$

$1.000\ cm^2 = \pi \cdot 81\ cm^2 + \pi \cdot 29{,}16\ cm^2 + \pi \cdot s \cdot 13{,}5\ cm$

$1.000\ cm^2 = 254{,}5\ cm^2 + \pi \cdot 29{,}16\ cm^2 + \pi \cdot s \cdot 13{,}5\ cm$

$1.000\ cm2 = 254{,}5\ cm^2 + 91{,}6\ cm^2 + \pi \cdot s \cdot 13{,}5\ cm$

$1.000\ cm^2 = 346{,}1\ cm^2 + \pi \cdot s \cdot 13{,}5\ cm$

$1.000\ cm^2 = 346{,}1\ cm^2 + s \cdot 42{,}4\ cm \qquad | - 346{,}1\ cm^2$

$1.000\ cm^2 - 346{,}1\ cm^2 = \cancel{346{,}1\ cm^2 - 346{,}1\ cm^2} + s \cdot 42{,}4\ cm \qquad | : 42{,}4\ cm$

$653{,}9\ cm^2 : 42{,}4\ cm = s \cancel{\cdot 42{,}4\ cm : 42{,}4\ cm}$

$s = 15{,}4\ cm$

Berechnung der Höhe h:

$h^2 = s^2 - x^2 \qquad | \sqrt{}$

$h = \sqrt{s^2 - x^2}$

$h = \sqrt{(15{,}4\ cm)^2 - (3{,}6\ cm)^2}$

$h = \sqrt{237{,}16\ cm^2 - 12{,}96\ cm^2}$

$h = \sqrt{224{,}2\ cm^2}$

$h = 15{,}0\ cm$

Berechnung des Volumens des Kegelstumpfes $V_{Kegelstumpf}$:

$$V_{Kegelstumpf} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{Kegelstumpf} = \frac{\pi \cdot 15\ cm}{3} \cdot ((9\ cm)^2 + 9\ cm \cdot 5{,}4\ cm + (5{,}4\ cm)^2)$$

$$V_{Kegelstumpf} = \pi \cdot 5\ cm \cdot (81\ cm^2 + 9\ cm \cdot 5{,}4\ cm + 29{,}2\ cm^2)$$

$$V_{Kegelstumpf} = \pi \cdot 5\ cm \cdot (81\ cm^2 + 48{,}6\ cm^2 + 29{,}2\ cm^2)$$

$$V_{Kegelstumpf} = \pi \cdot 5\ cm \cdot 158{,}8\ cm^2$$

$$V_{Kegelstumpf} = \pi \cdot 794\ cm^3$$

$$V_{Kegelstumpf} = 2.494{,}4\ cm^3$$

Berechnung des Volumens des Restkörpers $V_{Restkörper}$:

$$V_{Restkörper} = V_{Kegelstumpf} - V_{Halbkugel}$$

$$V_{Restkörper} = 2.494{,}4\ cm^3 - 329{,}8\ cm^3$$

$$V_{Restkörper} = \mathbf{2.164{,}6\ cm^3}$$

b) Von einem quadratischen Pyramidenstumpf sind bekannt:

$V = 756\ cm^3$

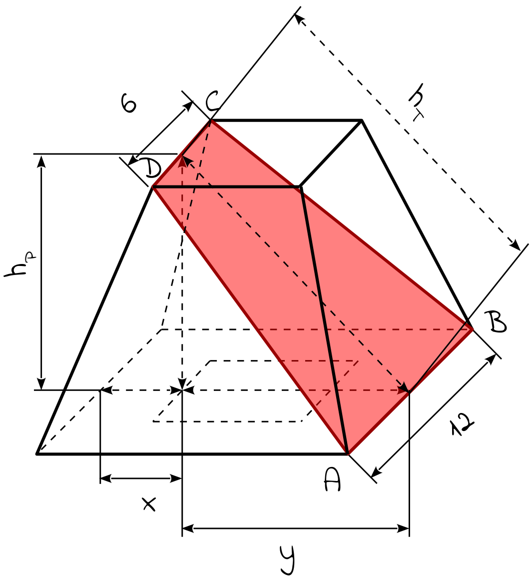
$a_1 = 12{,}0\ cm$

$a_2 = 6{,}0\ cm$

Berechne den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.

→ *Berechne über das Volumen des Pytamidenstumpfes dessen Höhe aus. Bestimme anschließend die Längen x, y und h_T. Berechne zum Schluss den Flächeninhaltes des Trapezes ABCD.*

Berechnung der Höhe des Pyramidenstumpfes h_P:



$$V_{Pyramidenstumpf} = \frac{h_P}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$756\ cm^3 = \frac{h_P}{3} \cdot ((12\ cm)^2 + 12\ cm \cdot 6\ cm + (6\ cm)^2)$$

$$756\ cm^3 = \frac{h_P}{3} \cdot (144\ cm^2 + 12\ cm \cdot 6\ cm + 36\ cm^2)$$

$$756\ cm^3 = \frac{h_P}{3} \cdot (144\ cm^2 + 72\ cm^2 + 36\ cm^2)$$

$$756\ cm^3 = \frac{h_P}{3} \cdot (216\ cm^2 + 36\ cm^2)$$

$$756\ cm^3 = \frac{h_P}{3} \cdot 252\ cm^2 \qquad | \cdot 3$$

$756\ cm^3 \cdot 3 = \frac{h_P \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} \cdot 252\ cm^2 \qquad |: 252\ cm^2$

$2.268\ cm^3 : 252\ cm^2 = h_P \cancel{\cdot 252\ cm^2 : 252\ cm^2}$

$h_P = 9\ cm$

Berechnung der Länge x:

$x = \frac{a_1 - a_2}{2}$

$x = \frac{12\ cm - 6\ cm}{2}$

$x = \frac{6\ cm}{2}$

$x = 3\ cm$

Berechnung der Länge y:

$y = a_1 - x$

$y = 12\ cm - 3\ cm$

$y = 9\ cm$

Berechnung der Höhe des Trapezes h_T:

$h_T{}^2 = h_P{}^2 + y^2 \qquad |\sqrt{}$

$h_T = \sqrt{h_P{}^2 + y^2}$

$h_T = \sqrt{(9\ cm)^2 + (9\ cm)^2}$

$h_T = \sqrt{81\ cm^2 + 81\ cm^2}$

$h_T = \sqrt{162\ cm^2}$

$h_T = 12{,}7\ cm$

Berechne den Flächeninhalt des Trapezes ABCD A_{Trapez}:

$A_{Trapez} = \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot h_T$

$A_{Trapez} = \frac{12\ cm + 6\ cm}{2} \cdot h_T$

$A_{Trapez} = \frac{18\ cm}{2} \cdot h_T$

$A_{Trapez} = 9\ cm \cdot 12{,}7\ cm$

$A_{Trapez} = \boldsymbol{114{,}3\ cm^2}$

Wahlbereich Aufgabe 3 (4 Punkte + 4 Punkte):

a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitel S (– 1|– 2,5).

Eine weitere Parabel p_2 hat die Gleichung $y = -x^2 + 2{,}5$.

1. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 und p_2.

→ *Bestimme zuerst der Parabelgleichung der Parabel p_1 und setzte sie mit der Parabelgleichung der Parabel p_2 gleich, um die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Parabeln zu erhalten.*

Berechnung der Parabelgleichung p_1:

$y = (x - d)^2 + c$ | S (– 1|– 2,5) → d = 1; c = – 2,5

$y = (x + 1)^2 - 2{,}5$

$y = x^2 + 2x + 1 - 2{,}5$

$y = x^2 + 2x - 1{,}5$

Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 und p_2:

$p_1 = p_2$

$x^2 + 2x - 1{,}5 = -x^2 + 2{,}5$ | $+ x^2$

$x^2 + x^2 + 2x - 1{,}5 = \cancel{-x^2 + x^2} + 2{,}5$ | $- 2{,}5$

$2x^2 + 2x - 1{,}5 - 2{,}5 = \cancel{+2{,}5 - 2{,}5}$

$2x^2 + 2x - 4 = 0$ | $: 2$

$2x^2 : 2 + 2x : 2 - 4 : 2 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2} \qquad | \; 2 = \frac{8}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{8}{4}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

x_1 in p_2:

$y_1 = -x^2 + 2{,}5 \qquad | \; x = x_1 = 1$

$y_1 = -(1)^2 + 2{,}5$

$y_1 = -(1) + 2{,}5$

$y_1 = +(-1) + 2{,}5$

$y_1 = -1 + 2{,}5$

$y_1 = 1{,}5$

$\rightarrow P_1 = \boldsymbol{(1|1{,}5)}$

x_2 in p_2:

$y_2 = -x^2 + 2{,}5 \qquad | \; x = x_2 = -2$

$y_2 = -(-2)^2 + 2{,}5$

$y_2 = -(4)^2 + 2{,}5$

$y_2 = +(-4)^2 + 2{,}5$

$y_2 = -4 + 2{,}5$

$y_2 = -1{,}5$

$\rightarrow P_2 = \boldsymbol{(-2|-1{,}5)}$

Diese Schnittpunkte liegen auf der Geraden g.

2. Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden g mit der x-Achse.

→ *Bestimme die Gleichung der Geraden g und berechne anschließend den Schnittpunkt der Geraden mit der x-Achse.*

Berechnung von m:

$m = \frac{y_{p2} - y_{p1}}{x_{p2} - x_{p1}} \qquad | \; P_1 = (1|1{,}5) \rightarrow x_{P1} = 1;\ y_{P1} = 1{,}5$

$m = \frac{y_{p2} - 1{,}5}{x_2 - 1} \qquad | \; P_2 = (-2|-1{,}5) \rightarrow x_{P2} = -2;\ y_{P2} = -1{,}5$

$m = \frac{-1{,}5 - 1{,}5}{-2 - 1}$

$m = \frac{-3}{-3}$

$m = 1$

Berechnung von b:

$y = mx + b \qquad | - mx$

$y - mx = \cancel{mx - mx} + b$

$b = y - mx \qquad | \; m = 1;\; P_1 = (1|1{,}5) \rightarrow x_{P1} = 1;\; y_{P1} = -1{,}5$

$b = 1{,}5 - 1 \cdot 1$

$b = 1{,}5 - 1$

$b = 0{,}5$

Bestimmung der Geradengleichung g:

$y = mx + b \qquad | \; m = 1;\; b = 0{,}5$

$y = x + 0{,}5$

Berechnung des Schnittpunktes der Geraden mit der x-Achse:

$y = x + 0{,}5 \qquad | - 0{,}5$

$y - 0{,}5 = x \cancel{+ 0{,}5 - 0{,}5} \qquad | \; y = 0$

$0 - 0{,}5 = x$

$x = -0{,}5$

$\rightarrow N = \mathbf{(-0{,}5|0)}$

b) Bestimmte die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2x^2 - 24x + 72} = \frac{x + 1}{x - 6} - \frac{3x + 5}{2x - 12}$$

→ *Bestimme zuerst den Hauptnenner und die Definitionsmenge. Berechne anschließend über die Lösungsformel die Werte für x aus.*

Bestimmung des Hauptnenners:

Nenner 1: $2x^2 - 24x + 72 = 2\,(x^2 - 12x + 36)$	$\rightarrow 2(x - 6)^2$
Nenner 2: $x - 6$	$\rightarrow (x - 6)$
Nenner 3: $2x - 12$	$\rightarrow 2(x - 6)$
Hauptnenner:	$\rightarrow 2(x - 6)^2$

Bestimmung der Definitionsmenge:

$(x - 6) = 0$

$x - 6 = 0 \qquad | + 6$

$x = 6$

$\rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{6\}$

Bestimmung der Werte für x:

$$\frac{5x^2+8x+14}{2x^2-24x+72} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2x-12} \qquad | \cdot HN = 2(x-6)^2$$

$$\frac{5x^2+8x+14}{2(x-6)^2} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2(x-6)}$$

$$\frac{(5x^2+8x+14)\cdot \cancel{2(x-6)^2}}{\cancel{2(x-6)^2}} = \frac{(x+1)\cdot 2(x-6)^{\cancel{2}}}{\cancel{x-6}} - \frac{(3x+5)\cdot \cancel{2}(x-6)^{\cancel{2}}}{\cancel{2(x-6)}}$$

$5x^2 + 8x + 14 = 2(x + 1)(x - 6) - (3x + 5)(x - 6)$

$5x^2 + 8x + 14 = 2(x^2 - 6x + x - 6) - (3x + 5)(x - 6)$

$5x^2 + 8x + 14 = 2x^2 - 12x + 2x - 12 - (3x + 5)(x - 6)$

$5x^2 + 8x + 14 = 2x^2 - 12x + 2x - 12 - (3x^2 - 18x + 5x - 30)$

$5x^2 + 8x + 14 = 2x^2 - 12x + 2x - 12 - 3x^2 + 18x - 5x + 30$

$5x^2 + 8x + 14 = - x^2 + 3x + 18 \qquad | + x^2$

$5x^2 + x^2 + 8x + 14 = \cancel{- x^2 + x^2} + 3x + 18 \qquad | - 3x$

$6x^2 + 8x - 3x + 14 = \cancel{3x - 3x} + 18 \qquad | - 18$

$6x^2 + 5x + 14 - 18 = \cancel{18 - 18} \qquad | : 6$

$6x^2 : 6 + 5x : 6 + 4 : \; = 0$

$$x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{4}{6} = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{12}\right)^2 + \frac{4}{6}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} + \frac{96}{144}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{121}{144}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{12} \pm \frac{11}{12}$$

$$x_1 = -\frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{5}{12} - \frac{11}{12} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \mathcal{L} = \left\{\frac{1}{2}; -\frac{4}{3}\right\}$$