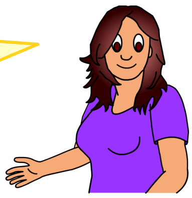
Die gezeigten Lösungen sind nur eine Variante – du kannst die Aufgaben auch anders lösen. Wichtig ist dabei nur, dass dein Ergebnis am Ende dem unserer Lösung entspricht. Dezimalstellen sind auf 1 Stelle gerundet.



Pflichtbereich

## Pflichtbereich Aufgabe 1 (2 Punkte):

Berechne die Oberfläche einer quadratischen Pyramide mit a = 4,8 cm und s = 5,2 cm.

→ *Um die Oberfläche zu berechnen, benötigst du noch die Höhe, die du über den Pythagoras berechnen kannst.*

Berechnung der Seitenhöhe $h_s$:

$h_s^2 = s^2 - (\frac{a}{2})^2 \qquad | \sqrt{}$

$h_s = \sqrt{s^2 - (\frac{a}{2})^2}$

$h_s = \sqrt{(5{,}2\text{ cm})^2 - (\frac{4{,}8\text{ cm}}{2})^2}$

$h_s = \sqrt{(5{,}2\text{ cm})^2 - (2{,}4\text{ cm})^2}$

$h_s = \sqrt{27{,}0\text{ cm}^2 - 5{,}8\text{ cm}^2}$

$h_s = \sqrt{21{,}2\text{ cm}^2}$

$h_s = 4{,}6\text{ cm}$

Berechne der Oberfläche O:

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

$O = (4{,}8\text{ cm})^2 + 2 \cdot 4{,}8\text{ cm} \cdot 4{,}6\text{ cm}$

$O = 23{,}0\text{ cm}^2 + 2 \cdot 22{,}1\text{ cm}^2$

$O = 23{,}0\text{ cm}^2 + 44{,}2\text{ cm}^2$

$O = \mathbf{67{,}2\text{ cm}^2}$

## Pflichtbereich Aufgabe 2 (2 Punkte):

Ein Kegel ist gegeben durch die Höhe h = 3 cm und den Radius r = 4 cm.

Berechne die Mantelfläche und Volumen des Kegels.

→ *Um die Mantel zu berechnen, benötigst du noch die Länge der Seitenkante s.*

Berechnung von Seitenhöhe s:

$s^2 = r^2 + h^2 \qquad | \sqrt{}$

$s = \sqrt{r^2 + h^2}$

$s = \sqrt{(4\text{ cm})^2 + (3\text{ cm})^2}$

$s = \sqrt{16\text{ cm}^2 + 9\text{ cm}^2}$

$s = \sqrt{25\text{ cm}^2}$

$s = 5\text{ cm}$

Berechnung des Mantels M:

$M = \pi \cdot r \cdot s$

$M = \pi \cdot 4\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}$

$M = \pi \cdot 20\text{ cm}^2$

$M = \boldsymbol{62{,}8\text{ cm}^2}$

Berechnung des Kegelvolumens V:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4\text{ cm})^2 \cdot 3\text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16\text{ cm}^2 \cdot 3\text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 48\text{ cm}^3$

$V = \boldsymbol{50{,}3\text{ cm}^3}$

## Pflichtbereich Aufgabe 3 (2 Punkte):

Eine verschobene Normalparabel enthält die Punkte P (– 6|5) und Q (0|– 5).

Bestimme ihre Gleichung.

→ *Berechne zuerst den Wert m aus der Differenz der Koordinaten der gegebenen Punkte. Aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse kannst du den b-Wert ablesen.*

Berechnung von m:

$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} \qquad | \ P\,(-6|5) \rightarrow x_P = -6;\ y_P = 5$

$m = \frac{y_Q - 5}{x_Q - (-6)} \qquad | \ Q\,(0|-5) \rightarrow x_Q = 0;\ y_Q = -5$

$$m = \frac{(-5)-(5)}{(0)-(-6)}$$

$$m = \frac{(-5)+(-5)}{(0)+(+6)}$$

$$m = \frac{-5-5}{0+6}$$

$$m = \frac{-10}{6}$$

$$m = -1\frac{4}{6}$$

$$m = -1\frac{2}{3}$$

Ermittlung der Geradengleichung:

$y = mx + b$ | aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse Q (0|– 5) folgt: b = – 5

$y = mx + (-5)$

$y = \boldsymbol{-1\frac{2}{3}x - 5}$

**Pflichtbereich Aufgabe 4 (2,5 Punkte):**

Eine nach oben geöffnete Parabel besitzt den Scheitel S (– 3,5|– 1,5).

Überprüfe rechnerisch, ob die Punkte P (– 4,5|6) und Q (0,5|14,5) auf der Parabel liegen.

→ *Setze die Koordinaten des Scheitelpunktes in die Normgleichung ein, um die Parabelgleichung zu bestimmen. Setze anschließend die Koordinaten der Punkte in die Parabelgleichung ein. Entspricht der errechnete y-Wert der y-Koordinate, so liegt der Punkt auf der Parabel.*

Berechnung der Parabelgleichung:

$y = (x-d)^2 + c$ | S (– 3,5|– 1,5) → d = 3,5; c = - 1,5

$y = (x+3{,}5)^2 - 1{,}5$

$y = x^2 + 7x + 12{,}25 - 1{,}5$

$y = \boldsymbol{x^2 + 7x + 10{,}75}$

Punktprobe für P (– 4,5|6):

$y = x^2 + 7x + 10{,}75$ | x = - 4,5

$y = (-4{,}5)^2 + 7 \cdot -4{,}5 + 10{,}75$

$y = 20{,}25 - 31{,}5 + 10{,}75$

$y = \boldsymbol{-0{,}5}$

→ Da der für y errechnete Wert nicht der y-Koordinate von P entspricht, liegt P nicht auf der Parabel.

Punktprobe für Q (0,5|14,5):

$y = x^2 + 7x + 10{,}75 \quad | \; x = 0{,}5$

$y = (0{,}5)^2 + 7 \cdot 0{,}5 + 10{,}75$

$y = 0{,}25 + 3{,}5 + 10{,}75$

$y = \boldsymbol{14{,}5}$

→ Da der für y errechnete Wert der y-Koordinate von Q entspricht, liegt Q auf der Parabel.

### Pflichtbereich Aufgabe 5 (2,5 Punkte):

Die Entfernung der Punkte A und D kann aufgrund eines Hindernisses nicht direkt gemessen werden. Folgende Größen sind gegeben:

$\overline{BC} = 1.356$ cm

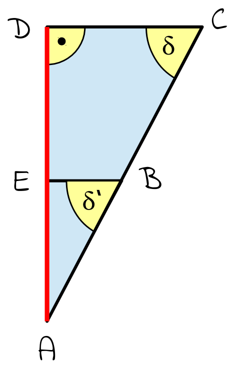
$\overline{BE} = 352$ cm

$\delta = 65{,}0°$

Berechne die Länge $\overline{AD}$.

→ *Berechne zuerst über den Cosinus δ die Länge $\overline{AB}$. Der Winkel δ' entspricht dem δ (Stufenwinkel). Diese Länge ergibt mit der Länge $\overline{BC}$ die Länge $\overline{AC}$. Über den Sinus δ kannst du die Länge $\overline{AD}$ berechnen.*

Berechnung der Länge $\overline{AB}$:




$\delta' = \delta$ (Stufenwinkel)

$\cos \delta' = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \quad | \cdot \overline{AB}$

$\cos \delta' \cdot \overline{AB} = \dfrac{\overline{BE} \cdot \cancel{\overline{AB}}}{\cancel{\overline{AB}}} \quad | : \cos \delta'$

$\dfrac{\overline{AB} \cdot \cancel{\cos \delta'}}{\cancel{\cos \delta'}} = \dfrac{\overline{BE}}{\cos \delta'}$

$\overline{AB} = \dfrac{352 \text{ cm}}{\cos 65°}$

$\overline{AB} = 832{,}9$ cm

Berechnung der Strecke $\overline{AC}$:

$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$

$\overline{AC} = 832{,}9 \text{ cm} + 1.356 \text{ cm}$

$\overline{AC} = 2.188{,}9$ cm

Berechnung der Strecke $\overline{AD}$:

$\sin \delta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \qquad | \cdot \overline{AC}$

$\sin \delta \cdot \overline{AC} = \frac{\overline{AD} \cdot \cancel{\overline{AC}}}{\cancel{\overline{AC}}}$

$\overline{AD} = \sin \delta \cdot \overline{AC}$

$\overline{AD} = \sin 65° \cdot 2.188{,}9 \text{ cm}$

$\overline{AD} = \mathbf{1.983{,}8 \text{ cm}}$

## Pflichtbereich Aufgabe 6 (2 Punkte):

Löse das Gleichungssystem:

$2x - \frac{1}{2}y = 6$

$3x + \frac{3}{4}y = 21$

→ *Forme beide Gleichungen so um, dass du sie addieren kannst, um den x-Wert zu erhalten. Setze diesen Wert in die erste Gleichung ein, um den y-Wert zu berechnen.*

(I) $2x - \frac{1}{2}y = 6 \qquad | \cdot 2$

(II) $3x + \frac{3}{4}y = 21 \qquad | \cdot 4$

(I) $2x \cdot 2 - \frac{1}{2}y \cdot 2 = 6 \cdot 2$

(II) $3x \cdot 4 + \frac{3}{4}y \cdot 4 = 21 \cdot 4$

(I) $4x - y = 12 \qquad | \cdot 3$
(II) $12x + 3y = 84$

(I) $4x \cdot 3 - y \cdot 3 = 12 \cdot 3$
(II) $12x + 3y = 84$

(I) $12x - 3y = 36$
(II) $12x + 3y = 84$

(I) + (II)

$24x + 0y = 120 \qquad | : 24$

$24x : 24 = 120 : 24$

$x = 5$

x in (I)

$2x - \frac{1}{2}y = 6$ | $x = 5$

$2 \cdot 5 - \frac{1}{2}y = 6$

$10 - \frac{1}{2}y = 6$ | $- 10$

$\cancel{10 - 10} - \frac{1}{2}y = 6 - 10$

$-\frac{1}{2}y = -4$ | $\cdot (-2)$

$-\frac{1}{2}y \cdot -2 = -4 \cdot -2$

$y = 8$

L = {$\boldsymbol{x = 5; y = 8}$}

### Pflichtbereich Aufgabe 7 (2 Punkte):

Bestimme die Lösungsmenge.

$x^2 - 15x + 36 = 0$

→ *Setze die Gleichung in die Lösungsformel ein und berechne den x-Wert.*

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$x_{1|2} = \frac{15}{2} \pm \sqrt{(\frac{15}{2})^2 - 36}$

$x_{1|2} = 7{,}5 \pm \sqrt{7{,}5^2 - 36}$

$x_{1|2} = 7{,}5 \pm \sqrt{56{,}25 - 36}$

$x_{1|2} = 7{,}5 \pm \sqrt{20{,}25}$

$x_{1|2} = 7{,}5 \pm 4{,}5$

$x_1 = 7{,}5 + 4{,}5$

$x_1 = 12$

$x_2 = 7{,}5 - 4{,}5$

$x_2 = 3$

L = $\boldsymbol{\{3; 12\}}$

**Pflichtbereich Aufgabe 8 (2 Punkte):**

Julia legt bei ihrer Bank am Anfang des Jahres einen bestimmten Betrag an. Der Zinssatz beträgt 3,75 %.

Nach einem Jahr hebt sie 5.500 € ab. Nach Ablauf eines weiteren Jahres beträgt ihr Kapital 37.350,00 €. Die Zinsen werden mit verzinst.

a) Welchen Betrag hat sie angelegt?

→ *Berechne über die Zinseszinsformel das Kapital zu Beginn des 2. Jahres. Addiere den Betrag hinzu, der abgehoben wurde. Berechne zum Schluss über die Zinseszinsformel das Anfangskapital.*

Berechnung des Kapitals zu Beginn des 2. Jahres <u>nach</u> dem Abheben:

$$K_2 = K_1 \cdot \left(1 + \frac{p\%}{100}\right) \qquad | : \left(1 + \frac{p\%}{100}\right)$$

$$\frac{K_2}{1 + \frac{p\%}{100}} = \frac{K_1 \cdot \cancel{\left(1 + \frac{p\%}{100}\right)}}{\cancel{1 + \frac{p\%}{100}}}$$

$$K_1 = \frac{37.350\text{ €}}{1 + \frac{3{,}75\%}{100}}$$

$$K_1 = \frac{37.350\text{ €}}{1 + 0{,}0375}$$

$$K_1 = \frac{37.350\text{ €}}{1{,}0375}$$

$$K_1 = 36.000\text{ €}$$

Berechnung des Kapitals zum Ende des erste Jahres <u>vor</u> dem Abheben:

$$K_{1e} = K_1 + 5.500\text{ €}$$

$$K_{1e} = 36.000\text{ €} + 5.500\text{ €}$$

$$K_{1e} = 41.500\text{ €}$$

Berechnung des Anfangskapitals $K_0$:

$$K_{1e} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p\%}{100}\right) \qquad | : \left(1 + \frac{p\%}{100}\right)$$

$$\frac{K_{1e}}{1 + \frac{p\%}{100}} = \frac{K_0 \cdot \cancel{\left(1 + \frac{p\%}{100}\right)}}{\cancel{1 + \frac{p\%}{100}}}$$

$$K_0 = \frac{41.500\,€}{1 + \frac{3{,}75\%}{100}}$$

$$K_0 = \frac{41.500\,€}{1 + 0{,}0375}$$

$$K_0 = \frac{41.500\,€}{1{,}0375}$$

$K_0$ = **40.000 €**

b) Wie viel Zinsen wurden ihr in den beiden Jahren insgesamt gutgeschrieben?

→ *Berechne die Zinsen des Anfangskapitals und des Kapitals zu Beginn des 2. Jahres nach dem Abheben und addiere beide Beträge*

Berechnung der gutgeschriebenen Zinsen:

$$Z_{ges} = (K_0 \cdot \frac{p\%}{100}) + (K_1 \cdot \frac{p\%}{100})$$

$$Z_{ges} = (40.000\,€ \cdot \frac{3{,}75\%}{100}) + (36.000\,€ \cdot \frac{3{,}75\%}{100})$$

$$Z_{ges} = (40.000\,€ \cdot 0{,}0375) + (36.000\,€ \cdot 0{,}0375)$$

$$Z_{ges} = 1.500\,€ + (36.000\,€ \cdot 0{,}0375)$$

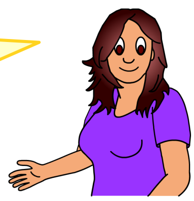
$$Z_{ges} = 1.500\,€ + 1.350\,€$$

$Z_{ges}$ = **2.850 €**

## Fach Mathematik - Wahlbereich

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie Parabelschablone und Zeichengeräte.

Hinweis:
Im Wahlbereich musst du zwei von drei Aufgaben bearbeiten. Hier kannst du maximal 16 Punkte erreichen.



## Wahlbereich Aufgabe 1 (4,5 Punkte + 3,5 Punkte):

a) Von der Figur ABCDE sind gegeben:

$\overline{BC}$ = 9,3 cm

$\overline{DE}$ = 4,1 cm

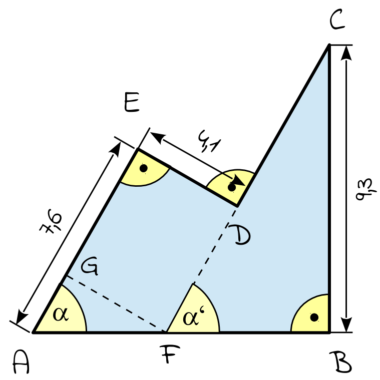
$\overline{AE}$ = 8,6 cm

$\alpha$ = 50°

Berechne den Flächeninhalt der Figur.

→ *Für den Flächeninhalt zerlegst du die Figur in zwei Dreiecke und ein Rechteck. Über Tangens α‘ kannst du die Länge $\overline{BF}$ berechnen und somit den Flächeninhalt des großen Dreiecks bestimmen. Über Tangens α kannst du die Länge $\overline{AG}$ berechnen, die du anschließend von der Lange AE abziehst und die Länge $\overline{EG}$ erhältst. Somit kannst du den Flächeninhalt des Rechtecks und des kleinen Dreiecks bestimmen. Addiere zum Schluss alle Flächeninhalte.*

Berechnung der Länge $\overline{BF}$:




$$\tan\alpha' = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \qquad | \cdot \overline{BF}$$

$$\tan\alpha' \cdot \overline{BF} = \frac{\overline{BC}\cdot\cancel{\overline{BF}}}{\cancel{\overline{BF}}} \qquad | : \tan\alpha'$$

$$\frac{\cancel{\tan\alpha'}\cdot\overline{BF}}{\cancel{\tan\alpha'}} = \frac{\overline{BC}}{\tan\alpha'}$$

$$\overline{BF} = \frac{9{,}3\text{ cm}}{\tan 50^\circ}$$

$$\overline{BF} = 7{,}8\text{ cm}$$

Berechnung der Länge $\overline{AG}$:

$$\tan\alpha = \frac{\overline{FG} = \overline{DE}}{\overline{AG}} \qquad | \cdot \overline{AG}$$

$$\tan\alpha \cdot \overline{AG} = \frac{\overline{FG}\cdot\cancel{\overline{AG}}}{\cancel{\overline{AG}}} \qquad | : \tan\alpha$$

$$\cancel{\tan\alpha : \tan\alpha} \cdot \overline{AG} = \frac{\overline{FG}}{\tan\alpha}$$

$$\overline{AG} = \frac{4{,}1\text{ cm}}{\tan 50^\circ}$$

$$\overline{AG} = 3{,}4\text{ cm}$$

Berechnung der Länge $\overline{EG}$:

$\overline{EG} = \overline{AE} - \overline{AG}$

$\overline{EG}$ = 8,6 cm – 3,4 cm

$\overline{EG}$ = 5,2 cm

Berechnung des Flächeninhaltes der Figur ABCDE:

$A_{ABCDE} = A_{Dreieck\ FBC} + A_{Rechteck\ FDEG} + A_{Dreieck\ AFG}$

$A_{ABCDE} = (\frac{1}{2} \cdot \overline{BF} \cdot \overline{BC}) + (\overline{DE} \cdot \overline{EG}) + (\frac{1}{2} \cdot \overline{AG} \cdot \overline{GF})$

$A_{ABCDE} = (\frac{1}{2} \cdot 7{,}8\ cm \cdot 9{,}3\ cm) + (4{,}1\ cm \cdot 5{,}2\ cm) + (\frac{1}{2} \cdot 3{,}4\ cm \cdot 4{,}1\ cm)$

$A_{ABCDE} = 36{,}3\ cm^2 + 21{,}3\ cm^2 + 7{,}0\ cm^2$

$A_{ABCDE} = \mathbf{64{,}6\ cm^2}$

b) Gegeben ist das Viereck ABCD. Es gilt:

$\overline{AD} = 12{,}4\ cm$

$A_{ABD} = 138{,}9\ cm^2$

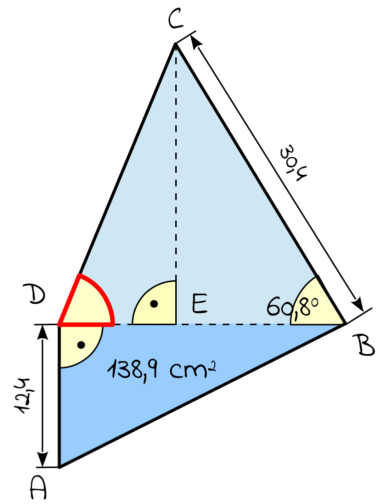
$\overline{BC} = 30{,}4\ cm$

Winkel CBD = 60,8°

Berechne den Winkel BDC.

→ *Berechne über den Tangens CBD die Länge $\overline{BE}$. Über den Pythagoras erhältst du die Länge $\overline{CE}$. Über den Flächeninhalt kannst du dir die Länge $\overline{BD}$ ausrechnen und anschließend die Länge $\overline{DE}$ bestimmen. Zum Schluss berechnest du mittels Tangens den Winkels BDC.*

Berechnung der Länge $\overline{BE}$:




$\cos \sphericalangle CBD = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$

$\cos \sphericalangle CBD \cdot \overline{BC} = \frac{\overline{BE} \cdot \cancel{\overline{BC}}}{\cancel{\overline{BC}}}$

$\overline{BE} = \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBD$

$\overline{BE} = 30{,}4\ cm \cdot \cos 60{,}8°$

$\overline{BE} = 14{,}8\ cm$

Berechnung der Länge $\overline{CE}$:

$\overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CE}^2 \quad | - \overline{CE}^2$

$\overline{BC}^2 - \overline{CE}^2 = \overline{BE}^2 \cancel{+ \overline{CE}^2 - \overline{CE}^2}$

$\overline{CE}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BE}^2$

$\overline{CE}^2 = (30{,}4\ cm)^2 - (14{,}8\ cm)^2$

$\overline{CE}^2 = 924{,}16\ cm^2 - 219{,}04\ cm^2$

$\overline{CE}^2 = 705{,}12\ cm^2 \quad | \sqrt{}$

$\overline{CE} = \sqrt{705{,}12\ cm^2}$

$\overline{CE} = 26{,}6\ cm$

Berechnung der Länge $\overline{BD}$:

$A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \quad | \cdot 2$

$2 \cdot A_{ABD} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \quad | : \overline{AD}$

$\frac{2 \cdot A_{ABD}}{\overline{AD}} = \frac{\cancel{\overline{AD}} \cdot \overline{BD}}{\cancel{\overline{AD}}}$

$\overline{BD} = \frac{2 \cdot 138{,}9\ cm^2}{12{,}4\ cm}$

$\overline{BD} = \frac{277{,}8\ cm^2}{12{,}4\ cm}$

$\overline{BD} = 22{,}4\ cm$

Berechnung der Länge $\overline{DE}$:

$\overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE}$

$\overline{DE} = 22{,}4\ cm - 14{,}8\ cm$

$\overline{DE} = 7{,}6\ cm$

Berechnung des Winkels BDC:

$\tan \sphericalangle BDC = \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}$

$\tan \sphericalangle BDC = \frac{26{,}6\ cm}{7{,}6\ cm}$

$\sphericalangle BDC = \mathbf{74{,}1°}$

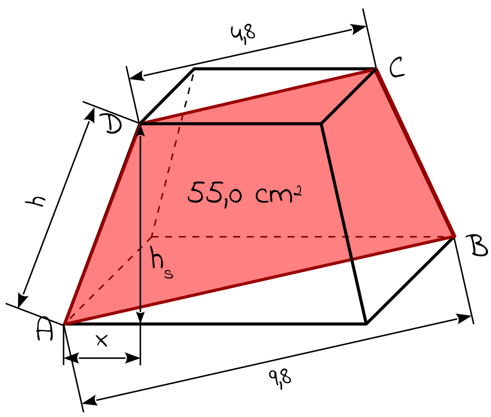
## Wahlbereich Aufgabe 2 (5 Punkte + 3 Punkte):

a) Der Diagonalschnitt eines quadratischen Pyramiden-stumpfs hat die Maße:

$A_{ABCD} = 55{,}0\ cm^2$

$\overline{AB} = 9{,}8\ cm$

$\overline{CD} = 4{,}8\ cm$




1. Berechne die Mantelfläche des Pyramidenstumpfs.

→ *Berechne über die Formel der Quadratdiagonale die Länge der unteren und oberen Grundkante sowie deren Differenz x, die du halbierst. Anschließend kannst du über den Flächeninhaltsformel des Trapezes die Höhe des Pyramidenstumpfes bestimmen. Mittels Pythagoras errechnest du dir anschließend die Seitenkantenlänge. Zum Schluss kannst du die Mantelfläche berechnen.*

Berechnung der Grundkante $a_1$:

$\overline{AB} = a_1\sqrt{2} \qquad | : \sqrt{2}$

$\frac{\overline{AB}}{\sqrt{2}} = \frac{a_1\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}$

$a_1 = \frac{9{,}8\text{ cm}}{\sqrt{2}}$

$a_1 = 6{,}9\text{ cm}$

Berechnung von Grundkante $a_2$:

$\overline{CD} = a_2\sqrt{2} \qquad | : \sqrt{2}$

$\frac{\overline{CD}}{\sqrt{2}} = \frac{a_2\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}$

$a_2 = \frac{4{,}8\text{ cm}}{\sqrt{2}}$

$a_2 = 3{,}4\text{ cm}$

Berechnung der Länge x:

$x = \frac{a_1 - a_2}{2}$

$x = \frac{6{,}9\text{ cm} - 3{,}4\text{ cm}}{2}$

$x = \frac{3{,}5\text{ cm}}{2}$

$x = 1{,}8\text{ cm}$

Berechnung der Stumpfhöhe h:

$A_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot h \qquad | \cdot 2$

$A_{ABCD} \cdot 2 = \frac{\overline{AB} + \overline{CD} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot h \qquad | : (\overline{AB} + \overline{CD})$

$\frac{2 \cdot A_{ABCD}}{\overline{AB} + \overline{CD}} = \frac{\cancel{\overline{AB} + \overline{CD}} \cdot h}{\cancel{\overline{AB} + \overline{CD}}}$

$h = \frac{2 \cdot 55\text{ cm}^2}{9{,}8\text{ cm} + 4{,}8\text{ cm}}$

$h = \frac{110\text{ cm}^2}{14{,}6\text{ cm}}$

$h = 7{,}5\text{ cm}$

Berechnung der Höhe der Seite $h_s$:

$h_s^2 = h^2 + x^2$

$h_s^2 = (7{,}5\text{ cm})^2 + (1{,}8\text{ cm})^2$

$h_s^2 = 56{,}3\text{ cm}^2 + 3{,}2\text{ cm}^2$

$h_s^2 = 59{,}5\text{ cm}^2 \qquad | : \sqrt{}$

$h_s = \sqrt{59{,}5\text{ cm}^2}$

$h_s = 7{,}7\text{ cm}$

Berechnung der Mantelfläche des Pyramidenstumpfs M:

$M = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s$

$M = 2 \cdot (6{,}9\text{ cm} + 3{,}4\text{ cm}) \cdot 7{,}7\text{ cm}$

$M = 2 \cdot 10{,}3\text{ cm} \cdot 7{,}7\text{ cm}$

$M = 20{,}6\text{ cm} \cdot 7{,}7\text{ cm}$

$M = \mathbf{158{,}6\text{ cm}^2}$

2. Berechnung der Höhe der Ergänzungspyramide $h_E$:

→ *Berechne die Differenz der beiden Grundkanten des Trapezes und halbiere diesen Wert. Über den Tangens kannst du die Größe des Winkel $\alpha$ bestimmen. Da $\alpha$ und $\alpha_1$ Stufenwinkel sind, kannst du mittels Tangens und der Hälfte der oberen Diagonale die Höhe der Ergänzungspyramide berechnen.*

Berechnung der Strecke s (Differenz der beiden Grundkanten des Trapezes):

$s = \dfrac{\overline{AB} - \overline{CD}}{2}$

$s = \dfrac{9{,}8\text{ cm} - 4{,}8\text{ cm}}{2}$

$s = \dfrac{5\text{ cm}}{2}$

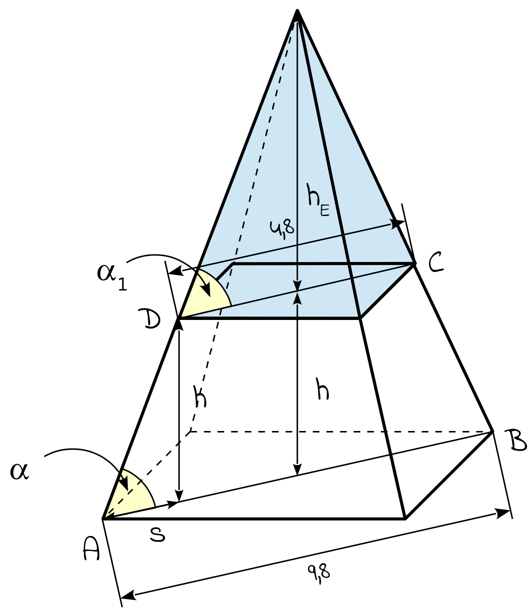
$s = 2{,}5\text{ cm}$

Berechnung des Winkels $\alpha$:

$\tan\alpha = \dfrac{h}{s}$

$\tan\alpha = \dfrac{7{,}5\text{ cm}}{2{,}5\text{ cm}}$

$\alpha = 71{,}6°$



Berechnung der Höhe der Ergänzungspyramide $h_E$:

$$\tan \alpha_1 = \frac{h_E}{\frac{\overline{CD}}{2}}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{h_E}{\frac{4{,}8\text{ cm}}{2}}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{h_E}{2{,}4\text{ cm}} \qquad |\cdot 2{,}4\text{ cm}$$

$$\tan \alpha_1 \cdot 2{,}4\text{ cm} = \frac{h_E \cancel{\cdot 2{,}4\text{ cm}}}{\cancel{2{,}4}\text{ cm}}$$

$$h_E = \tan 71{,}6° \cdot 2{,}4\text{ cm}$$

$h_E =$ **7,2 cm**

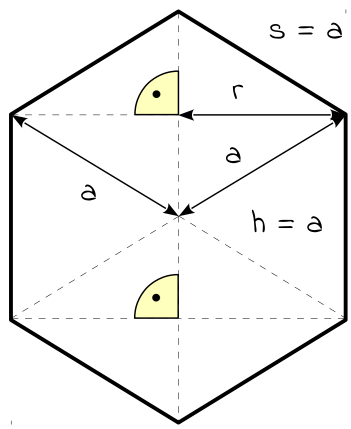
b) Ein Zylinder mit zwei aufgesetzten Kegeln hat als Achsenschnitt ein regelmäßiges Sechseck mit dem Flächeninhalt

$A = 6e^2\sqrt{3}$.

Berechne die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers in Abhängigkeit von e ohne Verwendung gerundeter Werte.

→ *Berechne zuerst über die Flächeninhaltsformel des Sechseck die Seitenkante s, die zugleich auch die Zylinderhöhe darstellt. Berechne anschließend den Kegel- und Zylinderradius als Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a. Zum Schluss kannst die Oberfläche aus zweimal der Mantelfläche des Kegels plus der Mantelfläche des Zylinders berechnen.*

Berechnung von Seitenlinie s und Zylinderhöhe h:




$s = h = a$

$$A_{Sechseck} = \frac{3a^2}{2}\sqrt{3} \qquad |\cdot 2$$

$$A_{Sechseck} \cdot 2 = \frac{3a^2 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}\sqrt{3} \qquad |:3$$

$$\frac{A_{Sechseck} \cdot 2}{3} = \frac{\cancel{3}a^2}{\cancel{3}}\sqrt{3} \qquad |:\sqrt{3}$$

$$\frac{A_{Sechseck} \cdot 2}{3 \cdot \sqrt{3}} = \frac{a^2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}$$

$$a^2 = \frac{\cancel{6}^{\,2} e^2 \cancel{\sqrt{3}} \cdot 2}{\cancel{3} \cdot \cancel{\sqrt{3}}}$$

$$a^2 = 2e^2 \cdot 2$$

$$a^2 = 4e^2 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$a = \sqrt{4e^2}$$

$a = 2e \rightarrow h = 2e \rightarrow s = 2e$

Berechnung von Kegel- und Zylinderradius r:

$r = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$r = \frac{\cancel{2}e}{\cancel{2}}\sqrt{3}$

$r = e\sqrt{3}$

Berechnung der Körperoberfläche O:

$O = 2 \cdot M_{Kegel} + M_{Zylinder}$

$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot s + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$O = 2 \cdot \pi \cdot e\sqrt{3} \cdot 2e + 2 \cdot \pi \cdot e\sqrt{3} \cdot 2e$

$O = 4\pi e^2\sqrt{3} + 4\pi e^2\sqrt{3}$

$O = 8\pi e^2\sqrt{3}$

## Wahlbereich Aufgabe 3 (3 Punkte + 5 Punkte):

a) Eine Parabel $p_1$ hat die Gleichung $y = x^2 + px + 6$ und geht durch den Punkt P (3|6).

Eine Parabel $p_2$ hat die Gleichung $y = -2x^2 + c$ und geht durch den Punkt Q (2|− 2).

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.

→ *Bestimme zu Beginn die fehlenden Werte der Gleichungen der beiden Parabeln. Berechne anschließend die Koordinaten der Schnittpunkte von $p_1$ und $p_2$, indem du beide Parabel-gleichungen gleichsetzt. Über die Lösungsformel erhältst du die beiden x-Koordinaten. Setze die x-Werte in die erste Parabelgleichung ein, um die y-Koordinaten zu berechnen.*

Bestimmung der Funktionsgleichung von Parabel $p_1$:

$y = x^2 + px + 6 \qquad | \; P(3|6) \rightarrow x = 3;\; y = 6$

$6 = 3^2 + p \cdot 3 + 6$

$6 = 9 + 3p + 6 \qquad | -9$

$6 - 9 = \cancel{9 - 9} + 3p + 6 \qquad | -6$

$6 - 9 - 6 = +3p \cancel{+ 6 - 6}$

$-9 = 3p \qquad | :3$

$3p : 3 = -9 : 3$

$p = -3$

$\rightarrow y_1 = x^2 + (-3)x + 6 = x^2 - 3x + 6$

Bestimmung der Funktionsgleichung von Parabel $p_2$:

$y = -2x^2 + c \qquad | \; Q(2|-2) \rightarrow x = 2;\; y = -2$

$-2 = -2 \cdot (2)^2 + c$

$-2 = -2 \cdot 4 + c$

$-2 = -8 + c$ $\quad | +8$

$-2 + 8 = \cancel{-8+8} + c$

$c = 6$

$\rightarrow y_2 = -2x^2 + 6$

Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte von $p_1$ und $p_2$:

$y_1 = y_2$ $\quad | \; p_1 \rightarrow y_1 = x^2 - 3x + 6; \; p_2 \rightarrow y_2 = -2x^2 + 6$

$x^2 - 3x + 6 = -2x^2 + 6$ $\quad | +2x^2$

$x^2 + 2x^2 - 3x + 6 = \cancel{-2x^2 + 2x^2} + 6$ $\quad | -6$

$x^2 + 2x^2 - 3x \cancel{+6-6} = \cancel{+6-6}$

$x^2 + 2x^2 - 3x = 0$

$3x^2 - 3x = 0$ $\quad | :3$

$3x^2 : 3 - 3x : 3 = 0 : 3$

$x^2 - x = 0$

$x_{1|2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{(\frac{1}{2})^2 - 0}$

$x_{1|2} = +\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$

$x_1 = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$x_2 = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

$x_1$ in $p_1$:

$y_2 = x^2 - 3x + 6$ $\quad | x = 1$

$y_2 = (1)^2 - 3 \cdot 1 + 6$

$y_2 = 1 - 3 + 6$

$y_2 = 4$

$\rightarrow P_2 = (1|4)$

$x_2$ in $p_1$:

$y_1 = x^2 - 3x + 6$ $\quad | x = 0$

$y_1 = 0^2 - 3 \cdot 0 + 6$

$y_1 = +6$

$\rightarrow P_1 = (0|6)$

b) Eine nach oben geöffnete verschobene Normalparabel wird von der Geraden g in den Punkten $P_1$ (1|3) und $P_2$ (6|8) geschnitten.

Eine zur Geraden g parallele Gerade h geht durch den Punkt B (3,5|– 0,75).

Weise rechnerisch nach, dass B der einzige gemeinsame Punkt der Parabel und der Geraden h ist.

→ *Bestimme zu Beginn den p-Wert der Parabelgleichung, in dem du beide Schnittpunkte einsetzt und beide Gleichungen addierst. Setze den p-Wert in die erste Gleichung ein, um den q-Wert zu erhalten. Anschließend kannst du damit die Parabelgleichung erstellen. Berechne anschließend m und b der Geradengleichung und die Gleichung selbst. Setze anschließend die Parabel- und Geradengleichung gleich, um über die Lösungsformel die x-Koordinate zu erhalten. Das Ergebnis ist nur ein x-Wert, den du in die Geradengleichung einsetzt, um die y-Koordinate zu erhalten. Vergleiche zum Schluss die Koordinaten des errechneten Schnittpunktes mit dem vorgegebenen Punkt P.*

Berechnung des Wertes p der Parabelgleichung:

$y = x^2 + px + q$

(I) $y = x^2 + px + q$ | $P_1$ (1|3) → $x = 1;\ y = 3$
(II) $y = x^2 + px + q$ | $P_2$ (6|8) → $x = 6;\ y = 8$

(I) $3 = 1^2 + p \cdot 1 + q$
(II) $8 = 6^2 + p \cdot 6 + q$

(I) $3 = 1 + p + q$ | $\cdot (-1)$
(II) $8 = 36 + 6p + q$

(I) $3 \cdot (-1) = 1 \cdot (-1) + p \cdot (-1) + q \cdot (-1)$
(II) $8 = 36 + 6p + q$

(I) $-3 = -1 - p - q$
(II) $8 = 36 + 6p + q$

(I) + (II)

(I) $-3 = -1 - p - q$
(II) $8 = 36 + 6p + q$

$5 = 35 + 5p$ | $-35$

$5 - 35 = \cancel{35 - 35} + 5p$ | $:5$

$5p = -30$

$5p : 5 = -30 : 5$

$p = -6$

Berechnung des Wertes q der Parabelgleichung:

p in (I)

$3 = 1 + p + q$ | $p = -6$

$3 = 1 + (-6) + q$

$3 = -5 + q$ | $+5$

$3 + 5 = \cancel{-5 + 5} + q$

$q = 8$

Ermittlung der Parabelgleichung:

$y_P = x^2 + px + q \qquad | \; p = -6$

$y_p = x^2 - 6 \cdot x + q \qquad | \; q = 8$

$y_p = x^2 - 6x + 8$

Berechnung von m:

$m = \frac{y_{P2} - y_{P1}}{x_{P2} - x_{P1}} \qquad | \; P_1 \, (1|3) \rightarrow x_{P1} = 1; \; y_{P1} = 3$

$m = \frac{y_2 - 3}{x_2 - 1} \qquad | \; P_2 \, (6|8) \rightarrow x_{P2} = 6; \; y_{P2} = 8$

$m = \frac{8 - 3}{6 - 1}$

$m = \frac{5}{5} = 1$

Berechnung von b:

$y = mx + b \qquad | -mx$

$y - mx = \cancel{mx - mx} + b \qquad | \; m = 1$

$b = y - 1x \qquad | \; B \, (3{,}5|-0{,}75) \rightarrow x = 3{,}5; \; y = -0{,}75$

$b = -0{,}75 - 1 \cdot 3{,}5$

$b = -0{,}75 - 3{,}5$

$b = -4{,}25$

Bestimmung der Gleichung von Gerade h:

$y = mx + b$

$y_h = 1 \cdot x - 4{,}25$

$y_h = x - 4{,}25$

Beweisführung:

$y_p = y_h$

$x^2 - 6x + 8 = x - 4{,}25 \qquad | -x$

$x^2 - 6x - x + 8 = \cancel{x - x} - 4{,}25$

$x^2 - 7x + 8 = -4{,}25 \qquad | +4{,}25$

$x^2 - 7x + 8 + 4{,}25 = \cancel{-4{,}25 + 4{,}25}$

$x^2 - 7x + 12{,}25 = 0$

$x_{1|2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$

$x_{1|2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{(\frac{-7}{2})^2 - 12{,}25}$

$x_{1|2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 12{,}25}$

$x_{1|2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{12{,}25 - 12{,}25}$

$x_{1|2} = -(-3{,}5) \pm \sqrt{0}$

$x_{1|2} = +(+3{,}5) \pm 0$

$x = 3{,}5$

Die Diskriminante hat den ist Wert 0. Es gibt somit nur einen x-Wert und damit auch nur einen einzigen Berührpunkt zwischen der Parabel p und der Gerade h.

x in $y_h$:

$y_h = x - 4{,}25$ | $x = 3{,}5$

$y_h = 3{,}5 - 4{,}25$

$y_h = -0{,}75$

→ ***Schnittpunkt (3,5|– 0,75)***

Die Koordinaten des Parabel- und Geradenschnittpunkts sind die selben wie die des Punktes B. Somit ist der Punkt B der einzige gemeinsame Punkt von Parabel p und Geraden h.