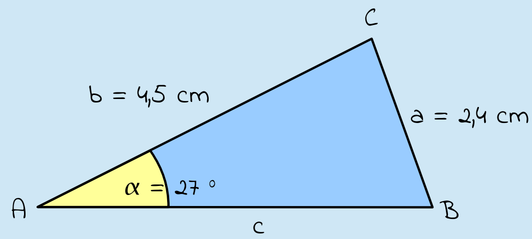
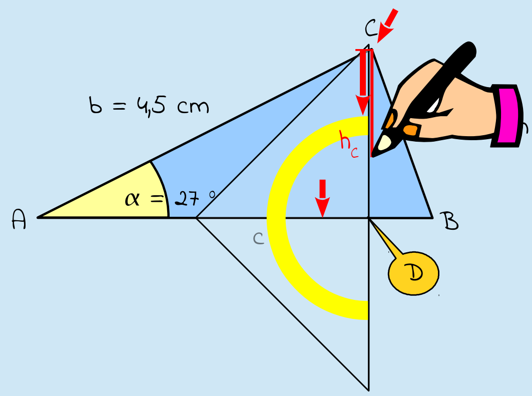
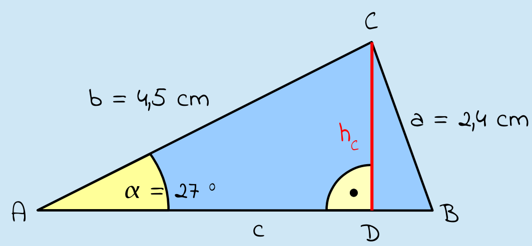
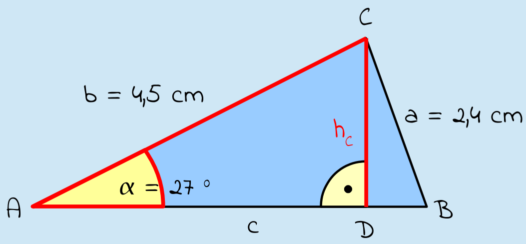
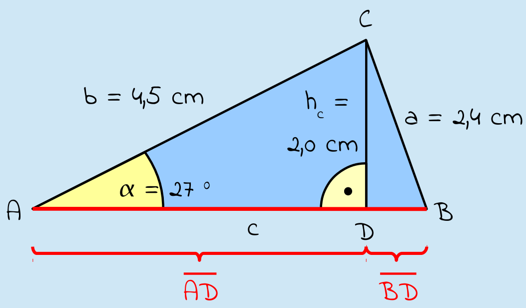
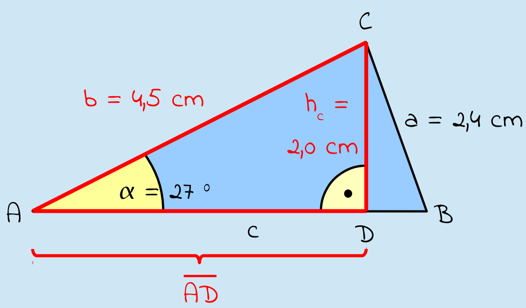
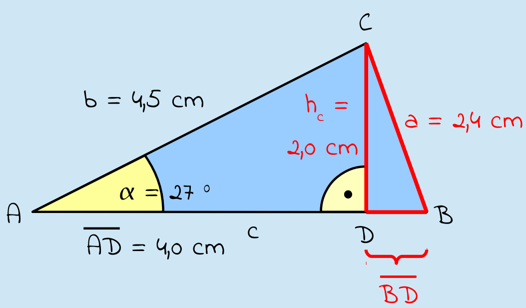
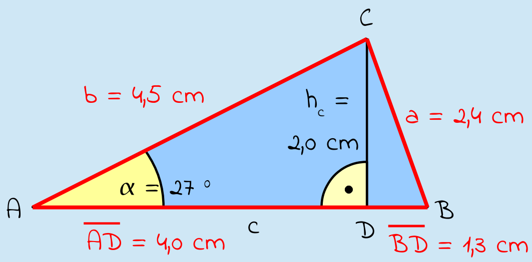
Den Umfang oder den Flächeninhalt eines Dreiecks zu berechnen ist nicht sonderlich schwer: Beim Umfang zählt du einfach alle drei Seiten zusammen. Beim Flächeninhalt multiplizierst du die Länge mit der Höhe und teilst anschließend alles durch zwei. Was sich jedoch so leicht anhört, wird oft zu einem unüberwindbarem Hindernis. Denn meistens fehlt dir eine benötigte Seite oder du kannst mit den gegebenen Seiten nichts anfangen.

Aber es gibt Abhilfe, denn es gibt nichts, was Mathematiker nicht können! Denn unter Zuhilfenahme der drei Winkelfunktionen Sinus, Cosinus und Tangens kannst du dir die fehlenden Stücke eines beliebigen Dreiecks aus den anderen gegebenen Stücken berechnen. Der einzige Haken an der Sache ist, du benötigst für die Winkelfunktionen ein rechtwinkliges Dreieck. Das heißt, wenn du kein rechtwinkliges Dreieck hast, teilst du das Dreieck einfach in geschickte Teildreiecke, die einen rechten Winkel besitzen. Dies erreichst du, indem du Höhen einzeichnest. Da Höhen immer im rechten Winkel zu einer Seite stehen, bekommst du automatisch den rechten Winkel. Wichtig ist aber, dass du die Höhen immer so einzeichnest, dass du keine gegebenen Maße teilst. Anschließend kannst du dir über den Sinus, Cosinus und Tangens die fehlenden Stücke aus den anderen gegebenen Stücken berechnen.

So berechnest du beliebige Dreiecke:	So sieht's aus:
Du sollst den Umfang u (u = a + b+ c) des folgenden Dreiecks berechnen.	
1. Um den Umfang zu berechnen benötigst du die Länge von allen 3 Seiten. Du hast jedoch nur 2 Seiten gegeben (Seite a und b). Du musst daher das Dreieck$_{ACD}$ in zwei rechtwinklige Dreiecke teilen. Zeichne dazu eine geeignete Höhe ein. Da du die Länge der Seite b und der Seite a gegeben hast, zeichnest du die Höhe **h_c** ein, da du hier keine gegebenen Maße teilst. Dort, wo die Höhe h_c auf der Seite c endet, befindet sich der Punkt **D**.	
2. Du erhältst zwei rechtwinklige Dreiecke: das Dreieck$_{ACD}$ und das Dreieck$_{BCD}$.	

So berechnest du beliebige Dreiecke:	So sieht's aus:
3. Nun kannst du über den **Sinus** die Länge der Höhe h_c ausrechnen. Die Seite h_c ist die Gegenkathete zum Winkel α. Die Seite b ist die längste Seite im Dreieck$_{ACD}$ und somit die Hypotenuse.	 $\sin\ \alpha = \frac{h_c}{b}$
4. Du willst die Gegenkathete (h_c) berechnen, also muss das c auf die andere Seite. Multipliziere die Formel mit c.	$\sin\ \alpha = \frac{h_c}{c} \quad \vert \cdot c$ $h_c = \sin\ \alpha \cdot c$
5. Fülle die Formel mit den gegebenen Zahlen. Multipliziere dazu den Sinus von Winkel α mit der Hypotenuse (Seite b): **$\sin 27° \cdot 4{,}5$ cm = 2,0 cm**.	$h_c = \sin\ 27° \cdot 4{,}5\text{cm}$ $h_c = 2{,}0\text{cm}$
6. Jetzt hast du die Länge der Höhe h_c berechnet. Um den Umfang zu berechnen, benötigst du noch die Länge der Seite c. Dazu musst du die Seite c in die Strecke **$\overline{AD}$** und Strecke **$\overline{BD}$** zerlegen.	
7. Berechne nun die Länge der Strecke $\overline{AD}$. Verwende hierzu den **Satz des Pythagoras** ($a^2 + b^2 = c^2$). Da du dich gerade im Dreieck$_{ACD}$ befindest, ist a die Höhe h_c, b ist die Strecke $\overline{AD}$ und c ist die Seite b. Dementsprechend lautet deine Formel: **$h_c^2 + \overline{AD}^2 = b^2$**.	 $h_c^2 + \overline{AD}^2 = b^2$
8. Stelle die Formel um, sodass $\overline{AD}^2$ alleine steht. Dazu **subtrahierst** du das **h_c^2**.	$h_c^2 + \overline{AD}^2 = b^2 \quad \vert -h_c^2$ $\overline{AD}^2 = b^2 - h_c^2$

So berechnest du beliebige Dreiecke:	So sieht's aus:
9. Fülle die Formel mit den gegebenen Zahlen.	$\overline{AD}^2 = b^2 - h_c^2$ $\overline{AD}^2 = (4{,}5cm)^2 - (2{,}0cm)^2$
10. Quadriere zuerst die 4,5 cm: **4,5 cm · 4,5 cm = 20,25 cm².**	$\overline{AD}^2 = (4{,}5cm)^2 - (2{,}0cm)^2$ $\overline{AD}^2 = 20{,}25cm^2 - (2{,}0cm)^2$
11. Quadriere anschließend die 2,0 cm: **2,0 cm · 2,0 cm = 4,0 cm².**	$\overline{AD}^2 = (4{,}5cm)^2 - (2{,}0cm)^2$ $\overline{AD}^2 = 20{,}25cm^2 - 4{,}0cm^2$
12. Subtrahiere dann beide Zahlen: **20,25 cm² – 4,0 cm² cm = 16,25 cm².**	$\overline{AD}^2 = 20{,}25cm^2 - 4{,}0cm^2$ $\overline{AD}^2 = 16{,}25cm^2$
13. Da du nur die Länge der Strecke $\overline{AD}$ benötigst, ziehst du noch noch die Wurzel aus deinem Er-gebnis: $\sqrt{16{,}25\ cm^2} = 4{,}0\ cm$.	$\overline{AB} = \sqrt{16{,}25cm^2}$ $\overline{AB} = 4{,}0cm$
14. Auf die gleiche Art berechnest du nun die Länge der Strecke $\overline{BD}$. Verwende auch hierzu den **Satz des Pythagoras** ($a^2 + b^2 = c^2$). Da du dich jetzt im $Dreieck_{BCD}$ befindest, ist a die Strecke $\overline{BD}$, b ist die Höhe h_c und c ist die Seite a. Dementspre-chend lautet deine Formel: $\overline{BD}^2 + h_c^2 = a^2$.	 $\overline{BD}^2 + h_c^2 = a^2$
15. Stelle wieder die Formel um, sodass $\overline{BD}^2$ alleine steht. Dazu **subtrahierst** du das h_c^2.	$\overline{BD}^2 + h_c^2 = a^2 \quad \vert -h_c^2$ $\overline{BD}^2 = a^2 - h_c^2$
16. Fülle die Formel mit den gegebenen Zahlen	$\overline{BD}^2 = a^2 - h_c^2$ $\overline{BD}^2 = (2{,}4cm)^2 - (2{,}0cm)^2$
17. Quadriere zuerst die 2,4 cm: **2,4 cm · 2,4 cm = 5,76 cm².**	$\overline{BD}^2 = (2{,}4cm)^2 - (2{,}0cm)^2$ $\overline{BD}^2 = 5{,}76cm^2 - (2{,}0cm)^2$
18. Quadriere anschließend die 2,0 cm: **2,0 cm · 2,0 cm = 4,0 cm².**	$\overline{BD}^2 = 5{,}76cm^2 - (2{,}0cm)^2$ $\overline{BD}^2 = 5{,}76cm^2 - 4{,}0cm^2$

So berechnest du beliebige Dreiecke:	So sieht's aus:
19. Subtrahiere dann beide Zahlen: **5,76 cm² – 4,0 cm² cm = 1,76 cm²**.	$\overline{BD}^2 = 5{,}76\,cm^2 - 4{,}0\,cm^2$ $\overline{BD}^2 = 1{,}76\,cm^2$
20. Da du nur die Länge der Strecke $\overline{BD}$ benötigst, ziehst du noch noch die Wurzel aus deinem Ergebnis: **$\sqrt{1{,}76\ cm^2}$ = 1,3 cm**.	$\overline{BD} = \sqrt{1{,}76\,cm^2}$ $\overline{BD} = 1{,}3\,cm$
21. Nun hast du alle Seiten des $Dreiecks_{ABC}$.	
22. Jetzt kannst du den Umfang u berechnen. Addiere dazu **alle Seiten** zusammen: **2,4 cm + 4,5 cm + 4,0 cm + 1,3 cm= 12,2 cm**.	$u = a + b + \overline{AD} + \overline{BD}$ $u = 2{,}4\,cm + 4{,}5\,cm + 4{,}0\,cm + 1{,}3\,cm$ $u = 12{,}2\,cm$
23. Der Umfang u des $Dreiecks_{ABC}$ beträgt 12,2 cm.	$u = 12{,}2\,cm$

Über die Winkelfunktionen und den Satz des Pythagoras kannst du dir in einem Dreieck fehlende Stücke berechnen. Du brauchst dazu jedoch ein rechtwinkliges Dreieck. Wenn du keins vorliegen hast, musst dein Dreieck durch Höhen in rechtwinklige Teildreiecke aufteilen.