

Das Wort Division stammt von dem lateinischen Wort »divisio« und bedeutet »teilen«. Du teilst also eine Zahl durch eine andere Zahl. Dabei spielt es keine Rolle, ob du gewöhnliche (reelle) Zahlen oder komplexe Zahlen teilst. Die Vorgehensweise ist wie bei der gewöhnlichen Division.

Eine komplexe Zahl ist eine imaginäre Zahl. Das bedeutet, es ist eine Zahl, die du nicht aufschreiben kannst, wie z. B. 16 oder 21. Es handelt sich bei einer komplexen Zahl um eine unvorstellbare Zahl. Sie existiert nur in unserer Phantasie zur besseren Vorstellung. Damit du sie jedoch aufschreiben kannst, wird für diese Zahlen der Buchstabe i (von imaginär) verwendet.

Die Division von komplexen Zahlen schreibst du am besten als Bruch. Der Dividend bildet den Zähler und der Divisor den Nenner. Erweitere zuerst den Bruch mit dem Nenner. Drehe dabei jedoch das Vorzeichen der komplexen Zahl um. Aus $+16i$ wird dann ein $-16i$. Multipliziere anschließend die ganzen Klammern im Zähler und im Nenner aus, wobei sich im Nenner die binomische Formel befindet. Die komplexe Zahl im Nenner verschwindet, da das i zu einem i^2 wird, das durch ein -1 ersetzt wird. Fasse anschließend die Zahlen im Zähler und Nenner zusammen. Der Quotient aus zwei komplexen Zahlen ist wieder eine komplexe Zahl bzw. ein komplexer Bruch.

$$\frac{(a + bi)}{(c + di)} = \frac{(a + bi) \cdot (c - di)}{(c + di) \cdot (c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i$$

So dividierst du komplexe Zahlen:	So sieht's aus:
Du sollst diese Aufgabe lösen.	$\frac{(2+5i)}{(3+7i)}$
1. Erweitere den Bruch mit dem Nenner. Allerdings musst du das Vorzeichen der komplexen Zahl ($7i$) umdrehen. Aus $+7i$ wird $-7i$. Du erweiterst also mit $(3 - 7i)$.	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$
2. Nun multiplizierst du die ganzen Klammern aus. Wir beginnen im Zähler und multiplizieren die erste Zahlen in der ersten Klammern mit beiden Zahlen der zweiten Klammer: $2 \cdot 3 = 6$ und $2 \cdot -7i = -14i$.	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$ $= \underline{6-14i}$
3. Multipliziere auch die zweite Zahl in der ersten Klammer mit beiden Zahl in der zweiten Klammer: $5i \cdot 3 = 15i$ und $5i \cdot -7i = -35i^2$.	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$ $= \underline{6-14i+15i-35i^2}$

So dividierst du komplexe Zahlen:	So sieht's aus:
<p>4. Du hast nun eine komplexe Zahl mit einem i^2. Dieses i^2 wird durch ein -1 ersetzt. Da zwischen der Zahl und dem i^2 ein Malpunkt steht, lautet deine neue letzte Zahl nun $-35 (\cdot) -1 = +35$.</p>	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$ $= \frac{6-14i+15i-35i^2}{9-49i^2}$ $= \frac{6-14i+15i+35}{9-49i^2}$
<p>5. Nun multiplizierst du die ganzen Klammern im Nenner aus. Es handelt sich hierbei um die 3. binomische Formel: $(3+7i) \cdot (3-7i) = 9-49i^2$.</p>	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$ $= \frac{6-14i+15i+35}{9-49i^2}$ <div style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> <p>3. binomische Formel!</p> </div>
<p>6. Du hast nun wieder eine komplexe Zahl mit einem i^2. Auch dieses i^2 wird durch ein -1 ersetzt. Deine neue letzte Zahl lautet nun $-49 (\cdot) -1 = +49$.</p>	$\frac{(2+5i) \cdot (3-7i)}{(3+7i) \cdot (3-7i)}$ $= \frac{6-14i+15i+35}{9-49i^2}$ $= \frac{6-14i+15i+35}{9+49}$
<p>7. Bringen wir zunächst etwas Ordnung in den Bruch: Im ersten Schritt vertauschen wir die $-14i$ mit der $+35$. Damit stehen nun die gleichen Zahlen zusammen.</p>	$\frac{6-14i+15i+35}{9+49}$ $= \frac{6+35+15i-14i}{9+49}$ <div style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> <p>vertauschungs- gesetz!</p> </div>
<p>8. Im zweiten Schritt fassen wir zusammen. Zuerst die ersten beiden Zahlen im Zähler: $6+35=41$.</p>	$\frac{6+35+15i-14i}{9+49}$ $= \frac{41+15i-14i}{9+49}$
<p>9. Anschließend fassen wir noch die letzten beiden Zahlen im Zähler zusammen: $15i-14i=i$.</p>	$\frac{41+15i-14i}{9+49}$ $= \frac{41+i}{9+49}$
<p>10. Dein Bruch ist schon ziemlich geschrumpft. Rechne nun zum Schluss noch deinen Nenner aus und du bist fertig: $9+49=58$.</p>	$\frac{41+i}{9+49}$ $= \frac{41+i}{58}$
<p>11. Dein Ergebnis lautet $\frac{41+i}{58}$.</p>	$\frac{41+i}{58}$

Die Division von komplexen Zahlen schreibst du am Besten als Bruch. Erweitere ihn mit den Nenner, wobei du das Vorzeichen der komplexen Zahl umdrehst. Löse die Klammern auf und fasse alles zusammen. Denke daran, dass ich die 3. binomische Formel im Nenner befindet. Der Quotient aus zwei komplexen Zahlen ist wieder eine komplexe Zahl.

