Es gibt Gleichungen, in denen das x nicht in einfacher Form, sondern als Quadrat (x^2) vorkommt. Solche Gleichungen werden daher auch quadratische Gleichungen genannt. Da hier das x zweimal vorkommt (als $x \cdot x$) haben diese Gleichungen entweder zwei, eine oder keine Lösung. Wenn du die quadratische Gleichung in die Normalform ($x^2 + px + q = 0$) gebracht hast, kannst du deren Lösung durch einsetzen in die Lösungsformel ($x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$) recht einfach berechnen. Die Anzahl der Lösungen (zwei, eine oder keine) ist anhängig von der Diskriminante D. So wird der Ausdruck unter der Wurzel in der Lösungsformel bezeichnet, also $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$. Das Wort Diskriminante stammt von dem lateinischen Wort »discriminare«, das »unterscheiden« bedeutet. Je nach Art ihres Wertes kannst du Aussagen über die Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung machen.

Ist der Wert der Diskriminante D ($\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$) negativ, also kleiner als Null ($D < 0$), so hat deine Gleichung keine Lösung: $L = \{\ \}$.

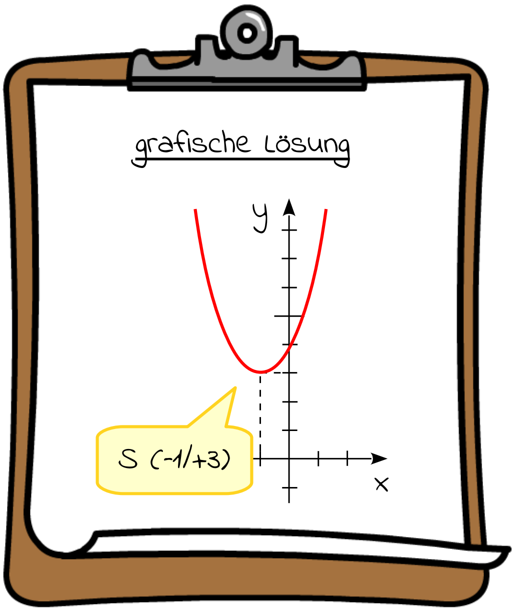
negative Diskriminante ($D < 0$) → Gleichung hat keine Lösung: $L = \{\ \}$

Du kannst die Lösung nicht nur über die Lösungsformel berechnen, sondern du kannst sie auch graphisch bestimmen. Dies ist vor allem hilfreich, wenn du dich bei der rechnerischen Lösung schwer tust oder du deine rechnerisch ermittelten Werte überprüfen willst.

Für die graphische Lösung musst du den Graph der quadratischen Funktion zeichnen, dieser ist die Parabel. Zum exakten Zeichnen benötigst du eine Parabelschablone. Damit du die Parabel überhaupt zeichnen kannst, benötigst du mindestens einen Punkt der Parabel, an dem du deine Schablone ansetzen kannst. Es würden sich theoretisch die Nullstellen der Parabel (Schnittpunkte der Parabel mit der X-Achse) anbieten, aber deine Gleichung hat bei einer negativen Diskriminante keine Lösung und somit hast du keine Nullstellen. Daher benötigst du also einen Punkt, den alle Parabeln haben: den Scheitelpunkt S. Das ist der tiefste Punkt einer Parabel. Er befindet sich unten in dem Bogen der Parabellinie.

Diesen Scheitelpunkt ermittelst du, indem du deine „gleich-Null-gesetzte" Gleichung (Gleichung = 0) zuerst einmal quadratisch ergänzt, da die ersten beiden Zahlen die Hälfte der 1. binomischen Formel bilden. Nach der quadratischen Ergänzung fasst du die binomische Formel zusammen und rechnest die verbleibende Gleichung aus. Nun kannst du den Scheitelpunkt aus der Gleichung ablesen. Der Scheitelpunkt S benötigt zwei Koordinaten: eine X- und eine Y-Koordinate. Die X-Koordinate bestimmt die Verschiebung auf der X-Achse (links/rechts). Dazu nimmst du die zweite Zahl der binomischen Formel und drehst das Vorzeichen herum. Steht dort eine +1, so lautet deine X-Koordinate -1. Die Y-Koordinate bestimmt die Verschiebung auf der Y-Achse (hoch/runter). Es ist der verbleibende Wert, der außerhalb der Klammer steht. Nun kannst du deine Parabelschablone mit den tiefsten Punkt in diesen eben berechneten Scheitelpunkt S legen und die Parabel zeichnen.

So bestimmst du den Scheitelpunkt:	So sieht's aus:
Das hier ist deine quadratische Gleichung:	$x^2+2x+4=0$
1. Auf der linken Seite steht die Hälfte der 1. binomischen Formel ($x^2 + 2x + ?^2$). Um sie zu komplettieren, fehlt noch das **?**. Der Mittelteil (2x) errechnet sich aus $2 \cdot x \cdot ?$. Das ? kannst du dir also errechnen, indem du die 2x zuerst durch x dividierst: **2x : x = 2**.	$x^2+2x+4=0$ → $x^2+2x+?^2$ $2x=2\cdot x\cdot ?$ | : x $2=2\cdot ?$
2. Anschließend dividierst du deinen Wert (2) noch durch 2, um den Wert für das ? zu erhalten: **2 : 2 = 1**. Deine binomische Formel würde nun $x^2 + 2x + 1^2$ lauten.	$2=2\cdot ?$ | : 2 $1=?$ → x^2+2x+1^2
3. Wir führen eine quadratische Ergänzung mit **$+1^2$** durch, damit die 1. binomische Formel komplett wird.	$x^2+2x+4=0$ | $+1^2$ $x^2+2x+1^2+4=+1^2$
4. Fasse die binomische Formel nun zusammen: aus **$x^2 + 2x + 1^2$** wird **$(x + 1)^2$**.	$x^2+2x+1^2+4=1^2$ $(x+1)^2+4=1^2$
5. Berechne das Quadrat auf der rechten Seite: **$1^2 = 1$**.	$x^2+2x+1^2+4=1^2$ $(x+1)^2+4=1$
6. Wir müssen die Gleichung **gleich 0** (= 0) setzen, daher kommt die **+1** mit **−1** auf die andere Seite.	$(x+1)^2+4=1$ | −1 $(x+1)^2+4-1=0$
7. Fasse die beiden Zahlen auf der linken Seite zusammen **(+4) + (−1) = +3**.	$(x+1)^2+4-1=0$ $(x+1)^2+3=0$
8. Nun kannst du den Scheitelpunkt ablesen: **S(−1/+3)**. Die X-Koordinate ist die zweite Zahl der binomischen Formel mit umgedrehtem Vorzeichen (+1 → **−1**), die Y-Koordinate ist der verbleibende Wert, der außerhalb der Klammer steht (**+3**). Die Parabel ist um x = −1 nach links und um y = +3 nach oben verschoben.	$(x+1)^2+3=0$ → S(−1/+3)



Ist die Diskriminante D negativ, also D < 0, so hat die Gleichung keine Lösung → L = { }. Sie schneidet die X-Achse nicht.