

Eine Gleichung ist ein mathematischer Ausdruck. Wie der Name Gleichung schon sagt, muss bei ihm etwas gleich sein. Sie besteht aus zwei Teilrechnungen, die mit einem Gleichheitszeichen (=) verbunden sind. Daher müssen beide Teilrechnungen stets den gleichen Wert haben. Wenn du beide Teilrechnungen ausrechnest, so müssen sie jeweils das gleiche Ergebnis haben. Die einfachste Gleichung ist eine gewöhnliche Rechnung: $2 + 2 = 4$. Links und rechts des Gleichheitszeichens steht jeweils der gleiche Wert, nämlich 4.

Oftmals enthalten solche Gleichungen auch einen Platzhalter, für den du beliebige Zahlen einsetzen kannst. Dieser wird meistens mit einem x dargestellt. Nehmen wir als Beispiel eine sehr einfache Gleichung: $3 + x = 2 + 5$. Du sollst also anstelle von x eine Zahl einsetzen und sie mit 3 addieren. Der Wert dieser linken Addition muss dann den gleichen Wert haben wie die Addition auf der rechten Seite, nämlich 7. Du müsstest jetzt die Gleichung umstellen und würdest dann für x den Wert 4 herausbekommen. Denn nur mit $x = 4$ stimmt die Gleichung.

Nun gibt es Gleichungen, in denen das x nicht in einfacher Form, sondern als Quadrat (x^2) vorkommt. Solche Gleichungen werden daher auch quadratische Gleichungen genannt. Da hier das x zweimal vorkommt (als $x \cdot x$) haben diese Gleichungen in der Regel auch zwei Lösungen. Eine quadratische Gleichung hat die Form $ax^2 + bx + c = 0$. Wenn du die quadratische Gleichung in die Normalform ($x^2 + px + q = 0$) gebracht hast, kannst du deren Lösung durch einsetzen in die Lösungsformel recht einfach berechnen. Hier siehst du, wie die Lösungsformel hergeleitet wird.

So leitest du dir die Lösungsformel her:	So sieht's aus:
1. Das ist unsere Ausgangsgleichung (Normalform):	$x^2 + px + q = 0$
2. Zuerst wird der q-Wert mit -q auf die andere Seite gebracht.	$x^2 + px + q = 0 \quad -q$ $x^2 + px = -q$
3. Auf der linken Seite steht die Hälfte der 1. binomischen Formel ($x^2 + px + ?^2$). Um sie zu komplettieren, fehlt noch das ? . Der Mittelteil (px) errechnet sich aus $2 \cdot x \cdot ?$. Das ? kannst du dir also errechnen, indem du die px zuerst durch x dividierst: $px : x = p$.	$x^2 + px = -q$ $\rightarrow x^2 + px + ?^2$ $px = 2 \cdot x \cdot ? \quad :x$ $p = 2 \cdot ?$
4. Anschließend dividierst du deinen Wert (p) noch durch 2, um den Wert für das ? zu erhalten: $p : 2 = \frac{p}{2}$. Deine binomische Formel würde nun $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2$ lauten.	$p = 2 \cdot ? \quad :2$ $\frac{p}{2} = ?$ $\rightarrow x^2 + px + (\frac{p}{2})^2$
5. Wir führen eine quadratische Ergänzung mit $+(\frac{p}{2})^2$ durch, damit die 1. binomische Formel komplett wird.	$x^2 + px = -q \quad +(\frac{p}{2})^2$ $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 = +(\frac{p}{2})^2 - q$

So leitest du dir die Lösungsformel her:	So sieht's aus:
<p>6. Fasse die binomische Formel nun zusammen: aus $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2$ wird $(x + \frac{p}{2})^2$.</p>	$x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 = (\frac{p}{2})^2 - q$ $(x + \frac{p}{2})^2 = (\frac{p}{2})^2 - q$
<p>7. Wir lösen das Quadrat der binomischen Formel auf. Dazu müssen wir auf beiden Seiten die Wurzel ziehen.</p>	$(x + \frac{p}{2})^2 = (\frac{p}{2})^2 - q \quad \sqrt{}$ $\sqrt{(x + \frac{p}{2})^2} = \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
<p>8. Ziehe auf der linken Seite die Wurzel. Da du hier ein Quadrat (2) hast, fällt dieses weg. Übrig bleibt $x + \frac{p}{2}$.</p>	$\sqrt{(x + \frac{p}{2})^2} = \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ $x + \frac{p}{2} = \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
<p>9. Ziehe auch auf der rechten Seite die Wurzel. Das Ergebnis der Wurzel kann beide Vorzeichen (+ und -) annehmen, daher verwenden wir das Plusminuszeichen (\pm). Übrig bleibt $\pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$.</p>	$x + \frac{p}{2} = \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ $x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
<p>10. Da wir den x-Wert alleine haben wollen, stören die $+\frac{p}{2}$. Diese kommen mit $-\frac{p}{2}$ auf die andere Seite.</p>	$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q} \quad -\frac{p}{2}$ $x = -\frac{p}{2} \pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
<p>11. Wir erhalten nun die Lösungsformel.</p>	$x = -\frac{p}{2} \pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$

Mit der Lösungsformel kannst du dir sehr einfach die Lösungen einer quadratischen Gleichung ausrechnen.

