

Der Scheitelpunkt ist ein spezieller Punkt einer Parabel: Bei einer nach oben geöffneten Parabel ist der Scheitelpunkt der tiefste Punkt der Funktion. Ist die Parabel nach unten geöffnet, so ist der Scheitelpunkt der höchste Punkt der Funktion. Über die Scheitelpunktform kannst du den Scheitelpunkt aus der Gleichung ablesen, ohne die Parabel zu zeichnen. Du bist daher in der Lage, die Position des Scheitelpunktes zu bestimmen.

Jedoch geht das nicht von alleine, etwas Rechnen gehört schon dazu. Die Gleichung der quadratischen Funktion hat die Form  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Die dazugehörige Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion lautet

$$f(x) = a(x - d)^2 + e$$

Du musst daher zuerst die Gleichung der quadratischen Funktion auf die Scheitelpunktform bringen, dann kannst du die Koordinaten des Scheitelpunktes leicht ablesen:  $S(d|e)$ .

Nehmen wir als Beispiel die Gleichung  $(x^2 + 8x + 4)$ , die wir nun in die Scheitelpunktform umformen. Versuche zuerst, einen eventuellen Faktor vor dem  $x^2$  auszuklammern. In diesem Beispiel kannst du alle Elemente durch 2 dividieren und sie somit ausklammern. Deine Gleichung lautet  $2(x^2 + 4x + 2)$ . Der erste Teil der Klammer  $(x^2 + 4x)$  ist eine halbe 1. binomische Formel  $(a^2 + 2ab + b^2)$ . Deshalb ergänzen wir ihn zu einer ganzen binomischen Formel. Die ganze 1. binomische Formel würde  $x^2 + 4x + b$  lauten. Die  $4x$  stellt den mittleren Wert  $(2ab)$  dar. Dividiere ihn einmal durch 2 und einmal durch  $a$  bzw.  $x$ , um den  $b$ -Wert zu erhalten: Dein  $b$ -Wert beträgt 2, den du anschließend quadrierst:  $2^2 = 4$ . Wir ergänzen daher den  $b$ -Wert in unserer Gleichung. Diese 4 wird quadratische Ergänzung genannt. Damit sich der Wert der Gleichung jedoch nicht verändert, müssen wir für einen Ausgleich schaffen. Durch das Hinzufügen des Wertes 4 haben wir den Wert der Gleichung um 4 erhöht. Daher ziehen wir den Wert 4 wieder ab. Wir ergänzen daher noch eine  $-4$ . Bilde anschließend das Binom aus  $x^2 + 4x + 4$  und du erhältst  $(x + 2)^2$ . Fasse zum Schluss die beiden Zahlen hinter dem Binom zusammen ( $2 - 4 = -2$ ) und multipliziere sie wieder aus. Damit kannst du die äußere Klammer auflösen und erhältst die Scheitelpunktform  $2(x + 2)^2 - 4$ . Anhand von ihr kannst du nun die Koordinaten des Scheitelpunktes ablesen: Die  $x$ -Koordinate ist der zweite Wert des Binoms, nur mit umgedrehtem Vorzeichen: aus der 2 wird eine  $-2$ . Die  $y$ -Koordinate ist der Wert nach dem Binom, er wird direkt übernommen:  $-4$ . Der Scheitelpunkt dieser Parabel liegt bei  $S(-2|-4)$ .

So wandelst du in die Scheitelpunktform um:	So sieht es aus:
Das ist die Gleichung der Parabel:	$2x^2 + 8x + 4$
<b>1.</b> Das $x^2$ hat einen Faktor vorne anstehen. Versuche, diesen aus der Gleichung auszuklammern: In diesem Beispiel kannst du alle Elemente durch 2 dividieren und sie somit ausklammern. Deine Gleichung lautet nun <b><math>2(x^2 + 4x + 2)</math></b> .	$2x^2 + 8x + 4$ $\rightarrow 2x^2 : 2 = x^2$ $8x : 2 = 4x$ $4 : 2 = 2$ $= 2(x^2 + 4x + 2)$

So wandelst du in die Scheitelpunktform um:	So sieht es aus:
<p><b>2.</b> Der erste Teil in der Klammer (<math>x^2 + 4x</math>) ist eine halbe 1. binomische Formel (<math>a^2 + 2ab + b^2</math>). Deshalb ergänzen wir ihn zu einer ganzen binomischen Formel.</p>	$2(x^2 + 4x + 2)$
<p><b>3.</b> Die ganze 1. binomische Formel würde <math>x^2 + 4x + b</math> lauten. Die <math>4x</math> stellt den <math>2ab</math>-Wert dar. Dividiere ihn einmal durch 2 und einmal durch <math>a</math> bzw. <math>x</math>, um den <math>b</math>-Wert zu erhalten: <math>4x : 2 = 2x</math> und <math>2x : x = 2</math>. Dein <math>b</math>-Wert beträgt <b>2</b>.</p>	$2(x^2 + 4x + 2)$ $\rightarrow b = 4x : 2 = 2x$ $b = 2x : x = 2$ $b = 2$
<p><b>4.</b> Quadriere anschließend den <math>b</math>-Wert: <math>2^2 = 4</math>, da du in der binomischen Formel das <math>b^2</math> benötigst..</p>	$b = 2$ $b^2 = 2^2 = 4$
<p><b>5.</b> Wir ergänzen nun den <math>b</math>-Wert in unserer Gleichung. Diese <b>+4</b> wird quadratische Ergänzung genannt.</p>	$2(x^2 + 4x + 4 + 2)$
<p><b>6.</b> Damit sich der Wert der Gleichung jedoch nicht verändert, müssen wir für einen Ausgleich schaffen. Durch das Hinzufügen des Wertes 4 haben wir den Wert der Gleichung um 4 erhöht. Daher ziehen wir den Wert 4 wieder ab. Wir ergänzen daher noch eine <b>-4</b>.</p>	$2(x^2 + 4x + 4 + 2 - 4)$
<p><b>7.</b> Wir bilden das Binom aus <math>x^2 + 4x + 4</math> und erhalten: <math>(x + 2)^2</math>.</p>	$2(x^2 + 4x + 4 + 2 - 4)$ $= 2((x + 2)^2 + 2 - 4)$
<p><b>8.</b> Wir fassen noch die beiden Zahlen hinter dem Binom zusammen: <math>2 - 4 = -2</math>.</p>	$2((x + 2)^2 + 2 - 4)$ $= 2((x + 2)^2 - 2)$
<p><b>9.</b> Multipliziere die Zahl hinter dem Binom wieder aus, damit kannst du die äußere Klammer auflösen: <math>2 \cdot (-2) = -4</math>.</p>	$2((x + 2)^2 - 2)$ $= 2(x + 2)^2 - 4$
<p><b>10.</b> Anhand dieser Scheitelpunktform <math>2(x + 2)^2 - 4</math> kannst du nun die Koordinaten des Scheitels ablesen. Die <math>x</math>-Koordinate ist der zweite Wert des Binoms, nur mit umgedrehtem Vorzeichen: aus der <b>+2</b> wird eine <b>-2</b>.</p>	$2(x + 2)^2 - 4$ $\rightarrow S(-2   ?)$
<p><b>11.</b> Die <math>y</math>-Koordinate ist der Wert nach dem Binom, er wird direkt übernommen: <b>-4</b>.</p>	$2(x + 2)^2 - 4$ $\rightarrow S(-2   -4)$

So wandelst du in die Scheitelpunktform um:	So sieht es aus:
<p><b>12.</b> Der Scheitelpunkt der Parabel mit der Gleichung <math>2x^2 + 8x + 4</math> liegt bei dem Punkt <b>S(-2 -4)</b>.</p>	$2x^2 + 8x + 4$ $\rightarrow S(-2 -4)$

Mit der Scheitelpunktform kannst du den Scheitel einer Parabel direkt aus der Gleichung ablesen. Du musst dazu jedoch die Parabelgleichung umformen und quadratisch ergänzen. Anschließend kannst du die Koordinaten ablesen: Die x-Koordinate ist der zweite Binomwert mit umgedrehtem Vorzeichen, die y-Koordinate ist der Wert nach dem Binom.

