

mit dem Zweisatz kannst du aus drei vorgegebenen Werten (a , b und c) über deren Verhältnis einen gesuchten vierten Wert (x) berechnen. Das hört sich zwar zunächst recht kompliziert an, ist es aber nicht. Denn du kannst mit ihm Aufgaben sehr einfach und anschaulich lösen, ohne große mathematische Kenntnisse anwenden zu müssen. Du brauchst dazu nur die Multiplikation und die Division, mehr nicht. Der Zweisatz macht sich dabei das Verhältnis zunutze, das zwischen den Zahlen herrscht:

a zu b verhält sich wie c zu x

Der Ausgangspunkt beim Zweisatz ist das Verhältnis zwischen zwei Zahlen bzw. Größen: a zu b . Dieses Verhältnis ist bereits vorgegeben und bleibt immer erhalten. Nun gibt es noch zwei weitere Zahlen bzw. Größen, zwischen denen auch ein Verhältnis besteht: c zu x . Bei diesen zwei Werten ist jedoch nur der erste Wert bekannt, das c . Aber das Verhältnis, das zwischen c und x besteht, ist das gleiche Verhältnis, das auch zwischen den Werten a und b besteht.

Zwischen den Werten a und c existiert jedoch auch ein zweites Verhältnis. Dieses zweite Verhältnis existiert umgekehrt auch zwischen den Werten b und x . Daher nennt man diese Art von Zweisatz auch umgekehrt proportionaler Zweisatz, weil sich alle Größen zwar proportional (im gleichen Verhältnis), jedoch umgekehrt verändern. Du musst also dieses zweite Verhältnis herausfinden, damit du den Wert x berechnen kannst.

je weniger, desto mehr...

Beim umgekehrt proportionalen Zweisatz gilt der Erkennungssatz »**je weniger, desto mehr**«. Das bedeutet, wenn du auf der linken Seite den Wert a verringerst, also dividierst, vermehrt sich der Wert b um das gleiche Verhältnis. Wenn du bei den Werten a und c dividierst, so musst du bei den Werten b und x multiplizieren.

Nehmen wir an, ein Hafervorrat reicht bei 12 Pferden 4 Tage. Du sollst nun berechnen, wie viele Tage der Hafer bei 3 Pferden reicht. Das Verhältnis in dieser Aufgabe lautet: 12 zu 4 verhält sich wie 3 zu x . Um den gesuchten Wert x (die Tage bei 3 Pferden) zu erhalten, musst du zuerst das Verhältnis zwischen dem Wert a (12 Pferde) und dem Wert c (3 Pferde) berechnen: Um von 12 Pferde auf 3 Pferde zu kommen, musst du durch 4 dividieren ($12 : 3 = 4$). Das Verhältnis lautet daher „geteilt durch 4“ ($:$ 4). Bei diesem Beispiel gibt der Erkennungssatz »je weniger, desto mehr«. Bei 3 Pferden reicht der Hafer natürlich wesentlich mehr Tage. Das bedeutet, wenn du auf der linken Seite den Wert a (die Anzahl der Pferde) verringerst, also dividierst, vermehrt sich der Wert b (die Zeitdauer) um das gleiche Verhältnis. Dieses Verhältnis drehst du daher um und wendest es auf die Werte b (4 Tage) und x an: aus „geteilt durch 3“ wird „mal 3“ ($4 \text{ Tage} \cdot 3 = 12 \text{ Tage}$). Damit hast du nun die Dauer für 3 Pferde berechnet.

So wendest du den Zweisatz an:	So sieht's aus:
Du sollst diese Aufgabe lösen.	$12 \text{ Pferde} \rightarrow 4 \text{ Tage}$ $3 \text{ Pferde} \rightarrow x$
1. Bestimme zunächst das Verhältnis: Um von 12 Pferde auf 3 Pferde zu kommen, musst du durch 4 dividieren ($12 : 3 = 4$). Dein Verhältnis lautet „geteilt durch 4“.	$12 \text{ Pferde} \rightarrow 4 \text{ Tage}$ $3 \text{ Pferde} \rightarrow x$:4 (mit Pfeil von 12 zu 3)
2. Dividiere nun den linken Wert durch das Verhältnis „geteilt durch 4“: $12 \text{ Pferde} : 4 = 3 \text{ Pferde}$.	$12 \text{ Pferde} \rightarrow 4 \text{ Tage}$ $3 \text{ Pferde} \rightarrow x$:4 (mit Pfeil von 12 zu 3)
3. Dieses Verhältnis drehst du um und wendest es auf den rechten Wert an: aus „geteilt durch 4“ wird „mal 4“. Multipliziere ihn mit 4: $4 \text{ Tage} \cdot 4 = 16 \text{ Tage}$.	$12 \text{ Pferde} \rightarrow 4 \text{ Tage}$ $3 \text{ Pferde} \rightarrow 16 \text{ Tage}$:4 (mit Pfeil von 12 zu 3) und $\cdot 4$ (mit Pfeil von 4 zu 16)

Bei einem umgekehrt proportionalen Zweisatz verändern sich beide Seiten entgegengesetzt (umgekehrt), d.h. vermindert sich die eine Seite, so vermehrt sich die andere Seite um das umgekehrte Verhältnis. Daher spricht man auch vom Zweisatz mit ungeradem Verhältnis.



je mehr, desto weniger...

Es gibt aber noch einen zweiten Erkennungssatz »**je mehr, desto weniger**«. Das bedeutet, wenn du auf der linken Seite den Wert a vermehrst, also multiplizierst, verringert sich der Wert b um das gleiche Verhältnis. Wenn du bei den Werten a und c multiplizierst, so musst du bei den Werten b und x dividieren.

Nehmen wir an, 1 Maler benötigt 6 Tage. Du sollst nun berechnen, wie lange 3 Maler brauchen. Das Verhältnis in dieser Aufgabe lautet: 1 zu 6 verhält sich wie 3 zu x. Um den gesuchten Wert x (die Dauer von 3 Maler) zu erhalten, musst du zuerst das Verhältnis zwischen dem Wert a (1 Maler) und dem Wert c (3 Maler) berechnen: Um von 1 auf 3 Maler zu kommen, musst du mit 3 multiplizieren ($3 \cdot 1 = 3$). Das Verhältnis lautet daher „mal 3“ ($\cdot 3$). Bei diesem Beispiel gibt der zweite Erkennungssatz »je mehr, desto weniger«. 3 Maler brauchen logischerweise weniger Zeit als a Maler. Das bedeutet, wenn du auf der linken Seite den Wert a (die Anzahl der Maler) vermehrst, also multiplizierst, verringert sich der Wert b (die Zeitdauer) um das gleiche Verhältnis. Dieses Verhältnis drehst du um und wendest es auf die Werte b (6 Tage) und x an: aus „mal 3“ wird „geteilt durch 3“ ($6 \text{ Tage} : 3 = 2 \text{ Tage}$). Damit hast du nun die Dauer für 3 Maler berechnet.

So wendest du den Zweisatz an:	So sieht's aus:
Du sollst diese Aufgabe lösen.	$1 \text{ Maler} \rightarrow 6 \text{ Tage}$ $3 \text{ Maler} \rightarrow x$
4. Bestimme zunächst das Verhältnis: Um von 1 Maler auf 3 Maler zu kommen, musst du mit 3 multiplizieren ($1 \cdot 3 = 3$). Dein Verhältnis lautet „mal 3“.	$1 \text{ Maler} \rightarrow 6 \text{ Tage}$ $\cdot 3$ $3 \text{ Maler} \rightarrow x$
5. Multipliziere nun den linken Wert mit dem Verhältnis „mal 3“: 1 Maler \cdot 3 = 3 Maler .	$1 \text{ Maler} \rightarrow 6 \text{ Tage}$ $\cdot 3$ $3 \text{ Maler} \rightarrow x$
6. Dieses Verhältnis drehst du um und wendest es auf den rechten Wert an: aus „mal 3“ wird „geteilt durch 3“. Dividiere ihn durch 3: 6 Tage : 3 = 2 Tage .	$1 \text{ Maler} \rightarrow 6 \text{ Tage}$ $\cdot 3$ $3 \text{ Maler} \rightarrow 2 \text{ Tage}$ $: 3$

Bei einem umgekehrt proportionalen Zweisatz verändern sich beide Seiten entgegengesetzt (umgekehrt), d.h. vermehrt sich die eine Seite, so vermindert sich die andere Seite um das umgekehrte Verhältnis. Daher spricht man auch vom Zweisatz mit ungeradem Verhältnis.

